

Concours Biologie et Géologie
Epreuve de Physique

Date : Lundi 13 Juin 2005 Heure : 8 H Durée : 3 H Nb pages : 4

Barème : Problème 1 : 13/20 ; Problème 2 : 7/20

Corrigé



1°) Définition d'une onde progressive : qui se propage égale à elle même avec une phase contenant x et t. 0,25

2°) Amplitude de la lame métallique : $a_0 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ 0,25

fréquence de la lame métallique : $100\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$ 0,25

3°) Expression de $y(x,t)$ en un point M de la corde:

$$y(x,t) = 2 \cdot 10^{-2} \sin 100\pi(t - \frac{x}{25}) = 2 \cdot 10^{-2} \sin(100\pi t - 4\pi x) \quad 0,5$$

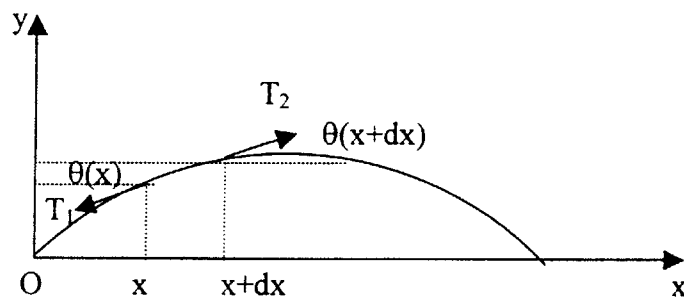
4°) Longueur d'onde : $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{25}{50} = 0,5 \text{ m}$ 0,25

5°) Vitesse de la corde : $v_m = \frac{dy}{dt} = 100\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cos(100\pi t - 4\pi x)$

$$v_m = 2\pi \cos(100\pi t - 4\pi x) \Rightarrow v_m = 2\pi \text{ m/s} \quad 0,5$$

Accélération de la corde: $\gamma_m = \frac{dv}{dt} = -(100)^2 \pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \sin(100\pi t - 4\pi x)$

$$\gamma_m = -200\pi^2 \sin(100\pi t - 4\pi x) \Rightarrow \gamma_m = 200 \pi^2 \text{ m/s}^2 \quad 0,5$$



1°) On considère un élément dx de la corde sa masse est μdx

la relation fondamentale de la dynamique : $\sum \vec{F} = m\vec{y}$

0,5

$$\mu dx \frac{d^2 \vec{y}}{dt^2} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$$

2°) Projétons cette relation fondamentale de la dynamique sur les axes Ox et Oy

* Sur Ox : $-T_1 \cos\theta(x) + T_2 \cos\theta(x+dx) = 0$

0,5

* Sur Oy : $-T_1 \sin\theta(x) + T_2 \sin\theta(x+dx) = \mu dx \frac{d^2 y}{dt^2}$

0,5

θ étant très petit $\Rightarrow \cos\theta(x) = \cos\theta(x+dx) = 1 \Rightarrow$

$$-T_1 + T_2 = 0 \Rightarrow T_1 = T_2$$

0,5

(corde inextensible) $T_1 = T_2 = F$

$$\sin\theta(x) = \theta(x) \text{ et } \sin\theta(x+dx) = \theta(x+dx)$$

3°) sur Oy on aura :

$$F[\theta(x+dx) - \theta(x)] = \mu dx \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$F d\theta = \mu dx \frac{d^2 y}{dt^2} \text{ or } d\theta = \frac{\partial \theta}{\partial x} dx \text{ et } \text{tg}\theta = \theta = \frac{\partial y}{\partial x} \Rightarrow$$

$$F \frac{d^2 y}{dx^2} dx = \mu dx \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\mu}{F} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \text{ équation de d'Alembert}$$

0,5

En déduire la vitesse de propagation de l'onde en fonction de F et de μ : $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

0,5

4°) Solution générale de cette équation différentielle :

$f(x-vt)$ est une solution de l'équation en effet,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f' \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f''$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -v f' \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 f''$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

de même pour $g(x+vt)$

$f(x-vt)$ et $g(x+vt)$ sont deux solutions linéairement indépendantes de l'équation linéaire aux dérivées partielles.

Toute combinaison de ces solutions particulières représente la solution générale de l'équation d'onde.

$$y(x,t) = f(x-vt) + g(x+vt)$$

0,5

$$5^\circ) \mu = 2,5 \text{ g/m} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}, \quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow F = \mu v^2$$

$$F = 2,5 \cdot 10^{-3} (25)^2 = 1,56 \text{ N}$$

0,5

$$\text{III- } 1^\circ) y_i(A,t) = 2 \cdot 10^{-2} \sin(100\pi t - 4\pi) = 2 \cdot 10^{-2} \sin 100\pi t$$

$$y_i(A,t) = 2 \cdot 10^{-2} \sin 100\pi t$$

0,5

$$2^\circ) y_r(A,t) = ?$$

$$y_i(A,t) + y_r(A,t) = 0 \quad \text{car en A on a un nœud} \Rightarrow y_r(A,t) = -y_i(A,t) = -2 \cdot 10^{-2} \sin 100\pi t$$

$$= 2 \cdot 10^{-2} \sin(100\pi t + \pi)$$

$$y_r(A,t) = 2 \cdot 10^{-2} \sin(100\pi t + \pi)$$

$$= -2 \cdot 10^{-2} \sin 100\pi t$$

0,5

$$3^\circ) \text{ Expression de } y_i(M,t) :$$

$$y_i(M,t) = 2 \cdot 10^{-2} \sin\left(100\pi t - \frac{100\pi x}{25}\right) = 2 \cdot 10^{-2} \sin(100\pi t - 4\pi x)$$

0,5

$$\text{Expression de } y_r(M,t)$$

$$y_r(M,t) = 2 \cdot 10^{-2} \sin\left(100\pi\left(t - \frac{(L-x)}{25}\right) + \pi\right) = 2 \cdot 10^{-2} \sin(100\pi t + \pi + 4\pi x - 4\pi)$$

$$y_r(M,t) = -2 \cdot 10^{-2} \sin(100\pi t + 4\pi x)$$

0,5

4°) En déduire l'élongation résultante au point M de la corde :

$$y(M,t) = y_i(M,t) + y_r(M,t) = 2 \cdot 10^{-2} [\sin(100\pi t - 4\pi x) - \sin(100\pi t + 4\pi x)]$$

$$= -4 \cdot 10^{-2} \sin 4\pi x \cdot \cos 100\pi t$$

$$y(M,t) = -4 \cdot 10^{-2} \cos 100\pi t \cdot \sin 4\pi x$$

0,5

Conclusion : Dans la solution $y(M,t)$ les deux variables x et t sont découplées ;

l'onde représenté par cette fonction ne se propage plus en raison de ce découplage,

il s'agit d'une onde stationnaire.

0,5

5°) Nombres de nœuds et de ventres :

$$\text{- Amplitude : } 0,04 \sin 4\pi x = 0 \quad \Rightarrow \quad 4\pi x = k\pi \quad \Rightarrow \quad 4x = k$$

$$x = 1\text{ m} \quad \Rightarrow \quad k = 4 \quad \Rightarrow \quad 4 \text{ fuseaux}$$

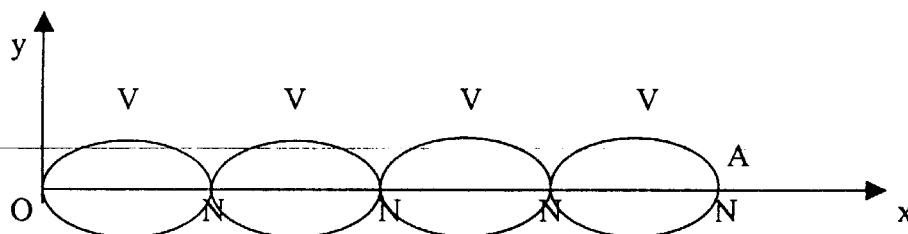
nombre de nœuds = 5 nœuds.

0,5

nombre de ventres = 4 ventres

0,5

- Représentation de l'allure de la courbe.



0,5

6°) a) Condition sur la masse m pour observer un nombre entier de nœuds et de ventres :

$$L = k \frac{\lambda}{4} \quad k \text{ paire} \quad \longrightarrow \quad \text{O nœud}$$

$$K \text{ impaire} \quad \longrightarrow \quad \text{O ventre}$$

$$\lambda = \frac{4L}{k} = \frac{v}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{4Lf}{k} = \sqrt{\frac{mg}{\mu}} \quad \Rightarrow \quad \frac{16L^2 f^2}{k^2} = \frac{mg}{\mu} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{16L^2 f^2 \mu}{k^2 g}$$

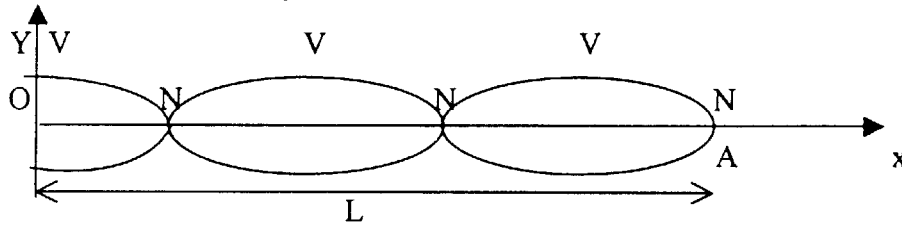
$$m = \frac{16 \cdot (50)^2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{k^2 \cdot 10} = \frac{10}{k^2}$$

0,5

b) Valeur de la masse m pour laquelle la corde présente entre O et A 3 nœuds et 3 ventres ;

l'amplitude des déplacements aux ventres étant égales à $4 \cdot 10^{-2}$ au point O.

$$L = \frac{5}{2} \frac{\lambda}{2} = \frac{5}{4f} \sqrt{\frac{mg}{\mu}} \Rightarrow \frac{4}{5} Lf = \sqrt{\frac{mg}{\mu}} \Rightarrow \frac{16}{25} L^2 f^2 = \frac{mg}{\mu} \Rightarrow \frac{16L^2 f^2 \mu}{25g} = m$$



$$m = \frac{16 \cdot 25 \cdot 10^2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10} = \boxed{0,4 \text{ kg}}$$

0,5

7°) Calcul de l'énergie : Considérons un élément de la corde de longueur dx de masse $dm = \mu dx$.

Cet élément qui oscille possède une énergie cinétique ; $dE_c = \frac{1}{2} dm \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2$

or $y(x,t) = -4 \cdot 10^{-2} \cos 100\pi t \sin 4\pi x$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 100\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2} \sin 100\pi t \sin 4\pi x = 4\pi \sin(100\pi t) \sin 4\pi x$$

$$\left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 = 16\pi^2 \sin^2(100\pi t) \sin^2(4\pi x)$$

$$dE_c = 20 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2 \sin^2 100\pi t \sin^2 4\pi x \cdot dx$$

$$E_c = 10^{-2} \pi^2 \sin^2 100\pi t \int_0^L \sin^2 4\pi x dx \Rightarrow \boxed{E_c = 10^{-2} \pi^2 \sin^2(100\pi t)} \Rightarrow$$

0,5

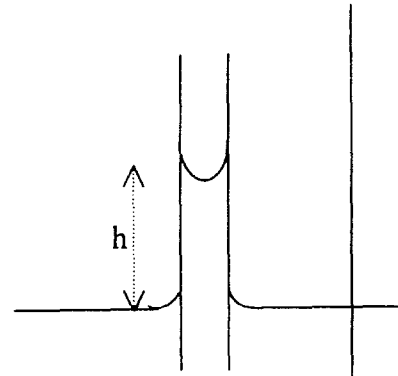
$$\boxed{E_{c_{\max}} = 10^{-2} \pi^2 \text{ J}}$$

0,5

Problème n°2

I- 1°) Description de la méthode de Jurin pour déterminer la valeur de la tension superficielle.

Plongeons verticalement dans de l'eau un tube cylindrique creux de très faible rayon intérieur r (tube capillaire). Si l'eau mouille parfaitement la paroi du tube, on constate une ascension h de l'eau dans le tube d'autant plus importante que r est faible.



Expression donnant σ
Si on assimile la surface de séparation à une calotte sphérique, et que $\rho_{\text{air}} \ll \rho_{\text{eau}}$;

$$\rho_{\text{eau}}gh = \frac{2\sigma}{r} \Rightarrow \sigma = \frac{\rho_{\text{eau}}ghr}{2}$$

Ascension capillaire 0,5

2°) a) Définition du coefficient C :

C est la capacité thermique à surface constante.

0,25

b) et c) Expressions différentielles du 1^{er} et 2^{ème} principe de la thermodynamique pour un système fermé:

$$dU = \delta W + \delta Q = C dT + (k + \sigma) dA$$

0,25

0,25

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{C}{T}dT + \frac{k}{T}dA$$

0,25

0,25

3°) Calcul de k :

Les fonctions énergie interne U et entropie S étant des fonctions d'état $\Rightarrow dU$ et dS étant de différentielles totales exactes ;

\Rightarrow nous en déduisons que :

$$\left(\frac{\partial C}{\partial A}\right)_T = \left(\frac{\partial(k+\sigma)}{\partial T}\right)_A = \left(\frac{\partial k}{\partial T}\right)_A + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_A \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial \left(\frac{C}{T}\right)}{\partial A}\right)_T = \left(\frac{\partial \left(\frac{k}{T}\right)}{\partial T}\right)_A = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial C}{\partial A}\right)_T = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial k}{\partial T}\right)_A - \frac{k}{T^2} \quad (2)$$

la comparaison de (1) et (2) conduit à :

$$\left(\frac{\partial k}{\partial T}\right)_A + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_A = \left(\frac{\partial k}{\partial T}\right)_A \frac{k}{T} \Rightarrow k = -T \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_A \text{ A est fonction que de la température T}$$

$$\Rightarrow \boxed{k = -T \frac{d\sigma}{dT}} \text{ donc k n'est pas fonction de A}$$

0,5

0,25

4°) Travail et chaleur mis en jeu lorsqu'on fait passer réversiblement la surface A_1 à A_2 à la température constante T

Au cours d'une transformation isotherme réversible, le travail et la chaleur ont pour expressions :

$$\boxed{W = \int_{A_1}^{A_2} \sigma dA = \sigma (A_2 - A_1)}$$

0,25

$$\boxed{Q = \int_{A_1}^{A_2} k dA = k (A_2 - A_1) = -T \frac{d\sigma}{dT} (A_2 - A_1)}$$

(σ et k ne dépendent que de T).

0,25

5°) a) Définition de la température critique T_c

0,5

Pour des températures supérieures à T_c , il est impossible de liquéfier un gaz ; le palier de changement de phase liquide ---- vapeur n'existe plus \Rightarrow la courbe de vaporisation dans le diagramme (P,T) est limité au point critique de température T_c .

b) Evaluation de σ et de k à 274 K

$$\sigma = 6,2 \cdot 10^{-5} (647 - 274)^{1,2} = \boxed{7,56 \cdot 10^{-2} \text{ Jm}^{-2} \text{ (ou Nm}^{-1}\text{)}} \text{ (à } 1^\circ\text{C)}$$

0,25

$$k = -T \frac{d\sigma}{dT} = + n\alpha T (T_c - T)^{n-1} = \frac{nT\sigma}{T_c - T} = \boxed{6,66 \cdot 10^{-2} \text{ Jm}^{-2}}$$

0,25

II- 1°) a) nombres de gouttelettes dans 0,1 Kg d'eau :

Le nombres de gouttelettes sphériques de rayon $r = 5 \mu\text{m}$ dans 0,1 Kg d'eau de volume $V = 10^{-2} \text{ m}^3$.

$$\boxed{n = \frac{V}{\frac{4}{3}\pi r^3}} = 2 \cdot 10^{11}$$

0,25

b) Dans l'état final, le liquide se trouve sous une forme complètement dispersée ; la surface totale des gouttelettes en suspension est :

$$\boxed{A_2 = n \cdot 4\pi r^2 = 3 \frac{V}{r} = 60 \text{ m}^2}$$

0,25

c) sachant que $A_1 \approx 0$ (état non dispersé) il vient :

$$\boxed{W = \sigma A_2 = 3 \frac{\sigma V}{r}}$$

et

$$\boxed{Q = k A_2 = 3 \frac{kV}{r}}$$

0,25

0,25

$$\text{A.N.: } A_2 = 60 \text{ m}^2$$

 \Rightarrow

$$\boxed{W = 4,536 \text{ J}}$$

et

$$\boxed{Q = 3,996 \text{ J}}$$

0,25

0,25

2°) a) Définition d'une pression capillaire :

La distribution des force de tension superficielle agissant sur le cercle est donc équivalent à une force de pression agissant normalement à la sphère et dirigée vers l'intérieur. La pression correspondante est appelée pression capillaire.

La pression capillaire toujours dirigée vers l'intérieur, quelle que soit la nature du fluide intérieur, tend à contracter la sphère ou encore à diminuer sa surface.

b) Surpression :

* Le travail associé à une augmentation élémentaire dr du rayon r s'écrit :

$$\delta W = \sigma dA = 8\pi\sigma r dr > 0$$

* Le travail des forces pressantes correspondant à la variation dr s'exprime par

$$\delta W = (p_i - p_e) dV = \Delta p 4\pi r^2 dr$$

(Les forces pressantes travaillent dans le sens d'un accroissement de volume ce qui produit une augmentation de l'aire

$$A = 4\pi r^2 \quad \Rightarrow \quad dA = 8\pi r dr$$

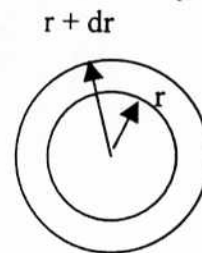
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \Rightarrow \quad dV = 4\pi r^2 dr$$

En comparant les 2 expressions de dW ,
Nous obtenons :

$$\Delta p = p_i - p_e = \frac{2\sigma}{r}$$

c) A.N. : à 1°C

$$\Delta p = 0,3 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0,3 \text{ atm.}$$



0,5

0,25

0,25

0,25

0,25