



Concours Biologie et Géologie
Epreuve de Physique

Date : Jeudi 08 Juin 2006 Heure : 8 H Durée : 3 H Nbre pages : 04

Barème : Problème 1 : 08 / 20 Problème 2 : 12 / 20

Corrigé



Problème 1

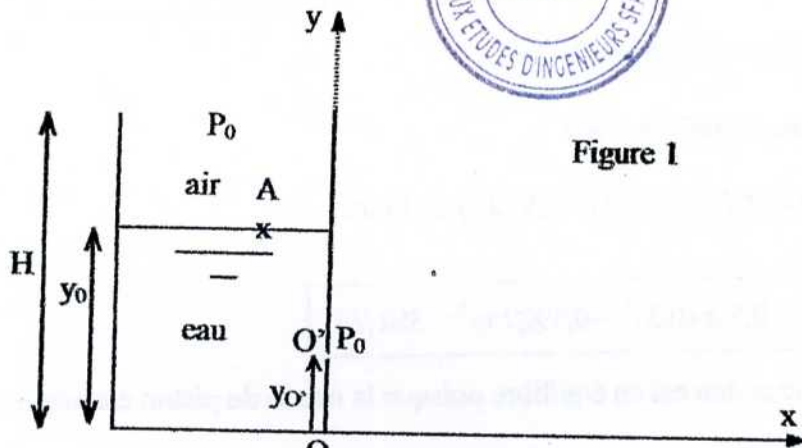


Figure 1

Barème

I- Vidange d'un réservoir cylindrique surmonté d'air à la pression atmosphérique.

1°) a) Equation de Bernoulli s'écrit :

$$\frac{\rho v^2}{2} + P + \rho g y = cte$$

0,25

b) L'hypothèse dans laquelle l'équation de Bernoulli est valable : écoulement de fluide parfait, stationnaire, incompressible, homogène et irrotationnel.

0,5

2°) Calcul de la vitesse initiale du liquide à l'orifice en ms^{-1} :

L'équation de Bernoulli le long d'une ligne de courant entre deux points A et O' s'écrit :

Soit A un point de la surface d'eau et O' un point au niveau de l'orifice.

$$\frac{\rho v^2(A)}{2} + P(A) + \rho g y(A) = \frac{\rho v^2(O')}{2} + P(O') + \rho g y(O')$$

Les points O' et A étant tous deux en contact avec l'atmosphère $P(A) = P(O') = P_0$

$$d'où \frac{\rho v^2(A)}{2} + \rho g [y(A) - y(O')] = \frac{\rho v^2(O')}{2} ; v(A) \ll v(O')$$

$$ce \text{ qui donne } v(O') = \sqrt{2 g (y_0 - y(O'))} = \sqrt{2 \cdot 10 (1 - 0,3)} = 3,74 ms^{-1}$$

0,5+0,25

3°) Calcul du débit volumique en Ls^{-1} :

$$Q_v = s v(O') = \pi r^2 \sqrt{2g(y_0 - y(O'))} = \pi 5^2 10^{-6} 3,74 = 293,74 10^{-6} m^3 s^{-1} = 293,74 10^{-3} Ls^{-1}$$

0,25+0,2

4°) vitesse de l'eau $v(O')$ à l'orifice O' pour une hauteur y de l'eau à un instant t quelconque

$$\frac{\rho v^2(M)}{2} + P(M) + \rho g y(M) = \frac{\rho v^2(O')}{2} + P(O') + \rho g y(O') ; \quad v(M) \ll v(O')$$

$$\Rightarrow \rho g (y - y(O')) = \frac{\rho v^2(O')}{2} \Rightarrow \boxed{v(O') = \sqrt{2g(y - y(O'))}}$$

0,5

5°) Temps nécessaire au vidange du réservoir jusqu'à la cote $y(O')$:

$$Q_v = s \sqrt{2g(y - y(O'))} = -S \frac{dy}{dt}$$

$$-\frac{dy}{dt} = \frac{s}{S} \sqrt{2g} \sqrt{y - y(O')} \Rightarrow -\frac{dy}{2\sqrt{y - y(O')}} = \frac{s}{2S} \sqrt{2g} dt$$

$$\left[\sqrt{y - y(O')} \right]_{y_0}^{y(O')} = \left[\frac{s}{2S} \sqrt{2g} t \right]_0^t \Rightarrow \boxed{t = \frac{2S}{\sqrt{2g} s} \sqrt{y_0 - y(O')}}$$

0,5

A.N. : $t = 3743,445 \text{ s} = 62',39 = 62' 23''$

0,25

II- Compression isotherme de l'air

1°) Détermination de l'état initial (T_1, V_1, P_1) de l'air :

$T_1 = 300 \text{ K}$

$$\boxed{V_1 = (H - y_0) \pi R^2 = 0,5 \pi (0,5)^2 = 0,3927 \text{ m}^3 = 392,7 \text{ L}}$$

0,25

$P_1 = P_0 = 10^5 \text{ Pa}$; le piston est en équilibre puisque la masse du piston est négligeable

0,25

2°) a) Détermination de l'état final (P_2, V_2, T_2) de l'air dans le cylindre :

$P_2 = 1,1 10^5 \text{ Pa}$

La température étant constante ; d'après la loi de Mariotte,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2}$$

A.N. : $V_2 = 0,357 \text{ m}^3$

0,25

$$\boxed{T_2 = T_1 \text{ (isotherme)} = 300 \text{ K}}$$

0,25

b) Calcul du travail échangé : $dW = -p dV$

$$W = -n R T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

0,25

A.N. $W = 3742,8 \text{ J} \approx 3,74 \text{ kJ}$

0,25

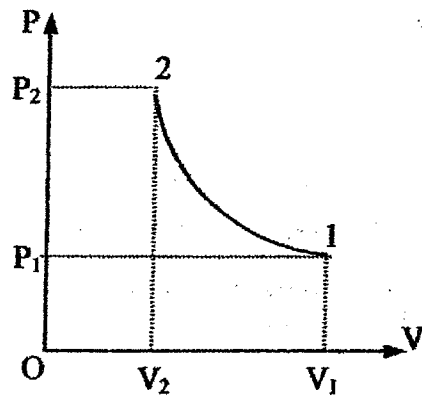
Echange thermique : $\Delta U = 0$ car $T = \text{cte}$ pour un gaz parfait (1^{ère} loi de Joule)

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow \boxed{Q = -W = -3742,8 \text{ J} \approx -3,74 \text{ kJ}}$$

0,25

La variation de l'énergie interne $\Delta U = 0$

0,25



0,5

III-

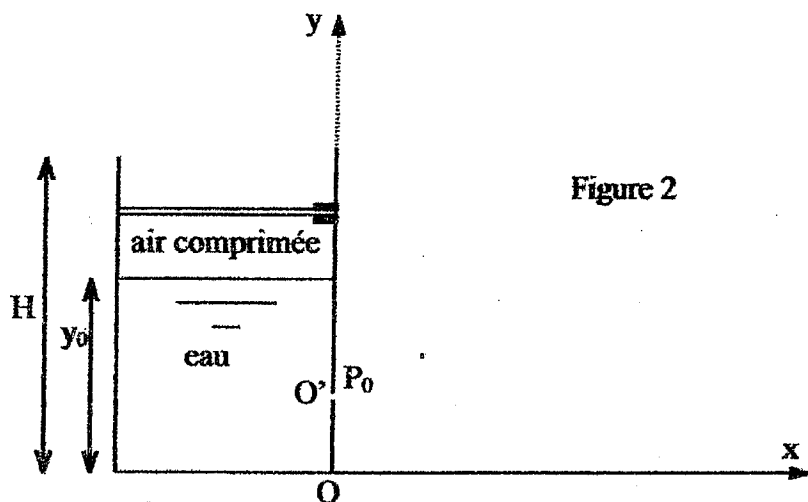


Figure 2

1°) Calcul de la vitesse $v(O')$ d'éjection initiale de l'eau par l'orifice :
En utilisant l'équation de Bernoulli ;

$$\frac{\rho v^2(A)}{2} + P(A) + \rho g y(A) = \frac{\rho v^2(O')}{2} + P(O') + \rho g y(O')$$

$$1,1P_0 + \rho g y_0 = P_0 + \frac{\rho v^2(O')}{2} + \rho g y(O')$$

soit
$$v^2(O') = \frac{2}{\rho} \left[\frac{P_0}{10} + \rho g (y_0 - y(O')) \right]$$

$$v(O') = \sqrt{\frac{P_0}{5\rho} + 2g(y_0 - y(O'))}$$

0,5

0,25

A.N. : $v(O') = 5,83 \text{ ms}^{-1}$

2°) a) D'après la loi de Mariotte $PV = \text{cte}$ à température cte $\Rightarrow P_2V_2 = P_3V_3$

$$\Rightarrow V_3 = \frac{P_2 V_2}{P_3} = \frac{1,1P_0 \cdot 0,357}{1,05P_0} = 0,374 \text{ m}^3$$

0,25 +

0,25

En déduire la hauteur y'_0 d'eau

- La hauteur d'air comprimée était $Y_2 = \frac{V_2}{\pi R^2} = 0,454 \text{ m}$
- La hauteur d'air après la détente $Y_3 = \frac{V_3}{\pi R^2} = 0,477 \text{ m}$
- La hauteur y'_0 de l'eau : $y'_0 = y_0 - (Y_3 - Y_2) = 1 - (0,477 - 0,454) = 0,977 \text{ m}$ 0,25

b) La vitesse v_1 d'éjection de l'eau par l'orifice O' :

L'équation de Bernoulli appliquée entre un point de la surface de contact eau-air et l'orifice s'écrit :

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + P_0 + \rho g y(O) = P_3 + \rho g y'_0$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_3 - P_0) + \rho g (y'_0 - y(O))} = \sqrt{\frac{2}{10^3} (1,05 - 1) + 10^3 \cdot 10 (0,977 - 0,3)} = 82,3 \text{ m.s}^{-1}. \quad \begin{matrix} 0,5 + \\ 0,25 \end{matrix}$$

Problème 2

I- Préliminaire

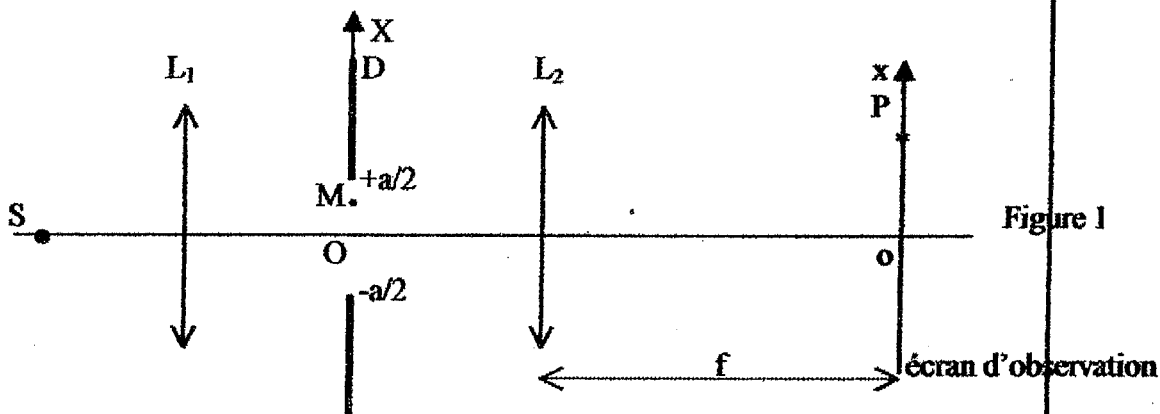


Figure 1

1°) La source S étant située en F_1 , l'onde qui émerge de L_1 est plane et perpendiculaire à l'axe optique ; elle est donc parallèle à la fente fine diffractante. Les ondelettes émises, par tous les points M de la fente fine de D , dans la même direction a , se superposent au point P du plan focal image de L_2 . 0,5 + 0,5

2°) Phénomène observé sur l'écran :

Sur l'écran on voit les franges de diffraction parallèles à la grande dimension de la fente. La frange centrale est 2 fois plus large que les autres franges. 0,5

3°) a) Détermination de la différence de phase :

La différence de marche entre un rayon diffracté dans une direction α par le centre de la fente et un point M quelconque de la fente à la distance x :

$$\delta_1 = X \sin \alpha \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_1 \quad \text{or} \quad \sin \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{x}{f} \Rightarrow \boxed{\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x}{f} X} \quad 0,5$$

b) L'amplitude A_1 de l'onde diffractée par une fente :

$$A_1 = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} a_0 e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} X \sin\alpha} dX = -\frac{a_0}{j\frac{2\pi}{\lambda} \sin\alpha} \left[e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} X \sin\alpha} \right]_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} = \frac{a_0}{j\frac{2\pi}{\lambda} \sin\alpha} \left[e^{-j\frac{2\pi a}{\lambda} \sin\alpha} - e^{j\frac{2\pi a}{\lambda} \sin\alpha} \right]$$

sachant que $\sin\alpha \approx \alpha \approx \text{tg}\alpha \approx \frac{x}{f}$

\Rightarrow c'est à dire

$$A_1 = a_0 a \frac{\sin \frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}} = A_0 \frac{\sin \frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}}$$

c) - L'expression de l'intensité :

$$I(x) = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}} \right)^2$$

- Positions des minimums d'intensité :

L'intensité est nulle pour $\frac{\pi a x}{\lambda f} = n\pi \Rightarrow$

$$x = n \frac{\lambda f}{a}$$

II-1°) Phénomène observé :

On obtient des franges d'interférences (maxima de lumière) modulées par le phénomène de diffraction d'une seule fente.

2°) Différence de phase entre les deux fentes :

$$\Phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \quad \text{avec } \delta \text{ différence de marche } \delta = d \sin\alpha \quad \Rightarrow \quad \Phi = \frac{2\pi d \sin\alpha}{\lambda} = \frac{2\pi d x}{\lambda f}$$

3°) Intensité lumineuse diffracté en un point P du plan d'observation en fonction de x :

- L'amplitude en P de la lumière diffracté par la 1^{ère} fente :

$$A_1 = A_0 \frac{\sin \frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}} e^{j\varphi} \quad \varphi / \text{ au milieu des deux fentes.}$$

- L'amplitude en P de la lumière diffracté par la 2^{ème} fente

$$A_2 = A_0 \frac{\sin \frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}} e^{-j\varphi}$$

Etant éclairé par le même faisceau, les 2 fentes sont deux sources cohérentes ;

$$\Rightarrow \text{ l'amplitude résultante : } A = A_1 + A_2 = A_0 \frac{\sin \frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}} \left[e^{j\varphi} + e^{-j\varphi} \right] = 2 \cos\varphi$$

\Rightarrow l'intensité lumineuse en P :

$$I(x) = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\pi x d}{\lambda f} \right)$$

4°) Distance entre deux franges brillantes successives d'interférences pour la figure d'interférences, on a des maximums pour

$$\frac{\pi x d}{\lambda f} = n\pi \Rightarrow x = \frac{n \lambda f}{d} \Rightarrow i = \frac{\lambda f}{d}$$

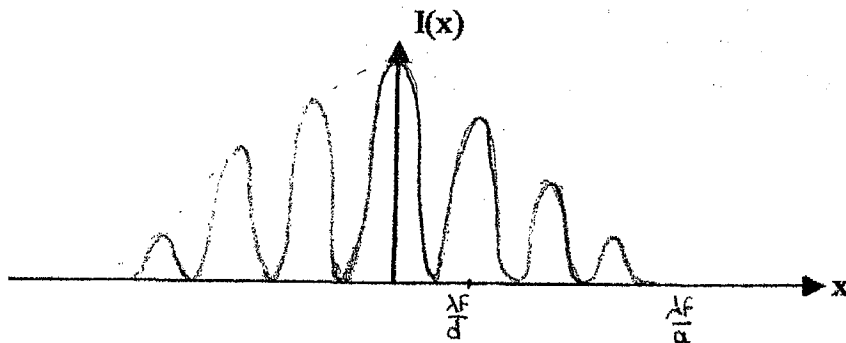
pour $d > a$ les minimums de la figure de diffraction sont plus espacés que les maximums d'interférences

5°) Nombres de franges d'interférences dans la frange centrale de la diffraction :

$$\frac{\lambda f}{a} = k \frac{\lambda f}{d} \Rightarrow k = \frac{\lambda f \cdot d}{a \cdot \lambda f} = \frac{d}{a} = 4 \Rightarrow k = 4$$

=> **il existe 7 franges dans la frange centrale.**

6°) Courbe représentative de cette intensité en fonction de x :



7°) a) Si on diminue a et d reste constante $\Rightarrow \frac{\lambda f}{a} \nearrow \Rightarrow$ les tâches de diffractions s'élargissent et les franges d'interférences seront toujours espacées $\frac{\lambda f}{d}$.

b) Si on diminue la distance d séparant les deux fentes $\Rightarrow \frac{\lambda f}{d} \nearrow$ l'interfrange du phénomène d'interférences augmente et la tâche de diffraction reste inchangée.

III) 1°) On observe dans le plan focal de L_2 , une série de lignes lumineuses très fines et parallèles entre elles et, entre lesquelles l'intensité lumineuse est négligeable.

2°)

$$I(x) = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}} \right)^2 \left(\frac{\sin N \frac{\pi x d}{\lambda f}}{N \sin \frac{\pi x d}{\lambda f}} \right)^2$$

Maximum de lumière:

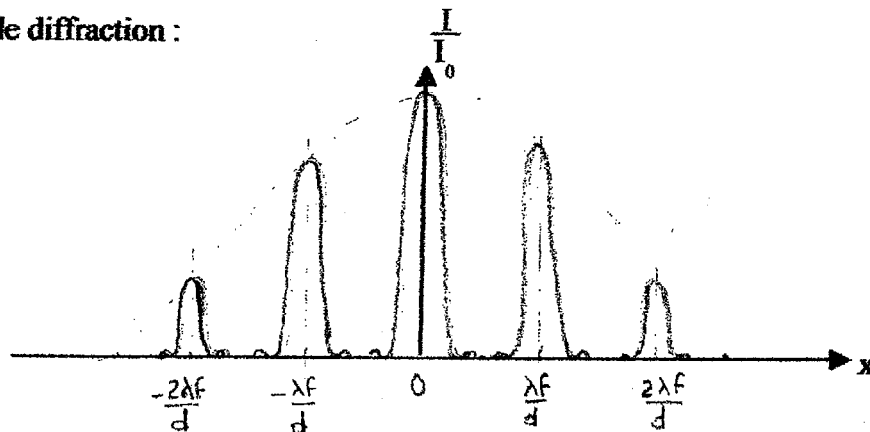
la fonction interférence $F(x) = \left(\frac{\sin N \frac{\pi x d}{\lambda f}}{N \sin \frac{\pi x d}{\lambda f}} \right)^2$ possède des maximums principaux

$F_{\max} = 1$ pour

$$x_M = \frac{n\lambda f}{d} \quad (n \text{ entier})$$

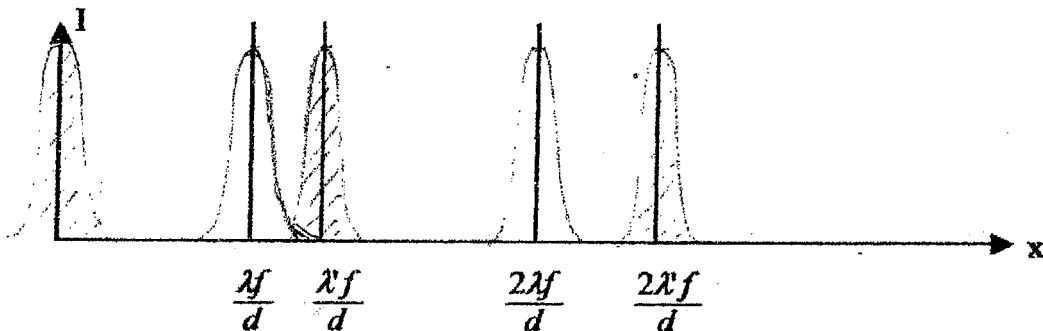
0,5

3°) Figure de diffraction :



1

4°) a) Les radiations de longueurs d'onde λ_1 et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$ émises par la source sont incohérentes entre elles ; chaque radiation donne dans le plan focal de L_2 une intensité lumineuse du type ci dessus et les deux intensités se superposent ; on observe une double série de lignes lumineuses légèrement décalées les unes par rapport aux autres (à l'exception des lignes définies pour $n = 0$ qui se superposent en $x = 0$).



1

b) Pouvoir de résolution $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ du réseau :

La position des maxima principaux est donnée

* pour λ_1 par $x_{\max} = \frac{n\lambda_1 f}{d}$

* pour λ_2 par $x_{\max} = \frac{m\lambda_2 f}{d}$

Dans l'ordre n , la distance entre les deux maximum vaut $\Delta x_n = \frac{nf\Delta\lambda}{d}$

Les deux images sont séparées si $\Delta x_n \geq \frac{\delta x}{2}$ condition qui correspond au critère de Loid Rayleigh.

Nous en déduisons l'écart minimal $\Delta\lambda$ entre deux longueurs d'onde, que peut résoudre le réseau dans l'ordre n et qui est défini par la condition limite $\Delta x_n \geq \frac{\delta x}{2}$

$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{nN}$ d'où le pouvoir de résolution: $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = nN$

0,5