REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur
Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs
Session 2006

الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي
المناظرات الوطنية للدخول
إلى مراحل تكوين المهندسين
دورة 2006

Concours Biologie et Géologie
Epreuve de Physique

Date : Jeudi 08 Juin 2006	**Heure : 8 H**	**Durée : 3 H**	**Nbre pages : 04**
Barème : Problème 1 : 08 / 20		**Problème 2 : 12 / 20**	

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé

L'épreuve comporte deux problèmes **indépendants**. Le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient, en respectant néanmoins la numérotation des questions.

Problème 1

Un réservoir cylindrique ouvert de hauteur H = 1,5 m et de rayon R = 0,5 m contient de l'eau de masse volumique constante $\rho = 10^3$ kg.m^{-3}, sur une hauteur y_0 = 1 m. L'eau est surmontée d'air à la pression atmosphérique extérieure $P_0 = 10^5$ Pa. (Figure 1).

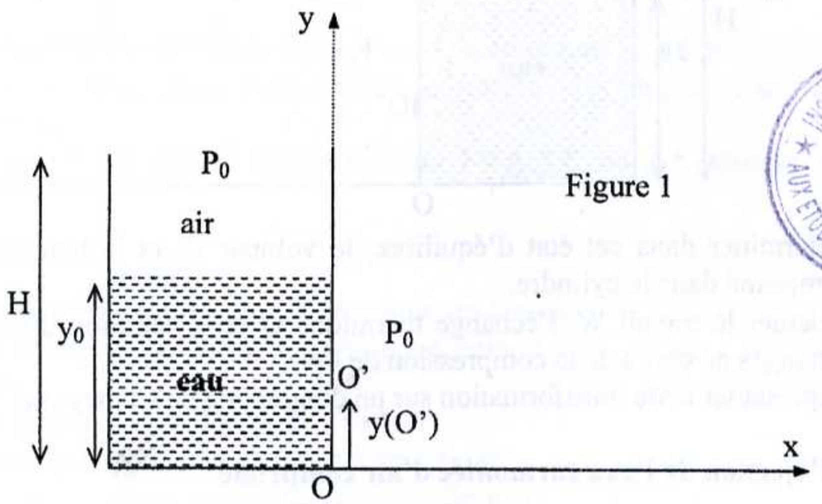

Figure 1

I- Vidange d'un réservoir d'eau

On perce la surface latérale du réservoir d'un petit orifice circulaire O' de rayon r = 5 mm très faible par rapport à R (r << R) et situé à une distance y(O') = 0,3 m du fond du réservoir. Le système est maintenu à température constante qui est celle de l'extérieure.
On donne le champ de pesanteur g = 10 m.s^{-2}.

1°) a) Rappeler l'équation de Bernoulli.
b) Préciser les hypothèses de sa validité.

Dans la suite du problème, on supposera satisfaites ces hypothèses.

2°) Calculer la vitesse initiale du liquide à l'orifice O'.
3°) Calculer le débit volumique en litres par seconde.
4°) Pour une hauteur y de l'eau à un instant t quelconque, montrer que la vitesse de l'eau v(O') à l'orifice O' s'écrit : $v(O')=\sqrt{2g(y-y(O'))}$.
5°) Quel est le temps nécessaire au vidange du réservoir ?

II- Compression isotherme de l'air

On revient à l'état initial et on ferme ce cylindre par un piston de masse négligeable pouvant se déplacer sans frottement. Le cylindre renferme une quantité d'air supposé gaz parfait à la température T_0 = 300 K surmontant l'eau. Les parois du cylindre ainsi que le piston sont supposés parfaitement perméables à l'échange thermique.
Le piston se trouve initialement à la hauteur H = 1,5 m du fond du cylindre, et l'orifice O' est fermé. On supposera que l'eau est incompressible.
1°) Préciser les grandeurs thermodynamiques (P_1, V_1, T_1) de l'état initial de l'air.
2°) A partir de l'état initial, on réalise une compression réversible de l'air. L'état d'équilibre atteint par l'air est caractérisé par une pression $P_2 = 1{,}10\ P_0$ (Figure 2).
Dans la suite du problème, le piston sera bloqué dans cette position.

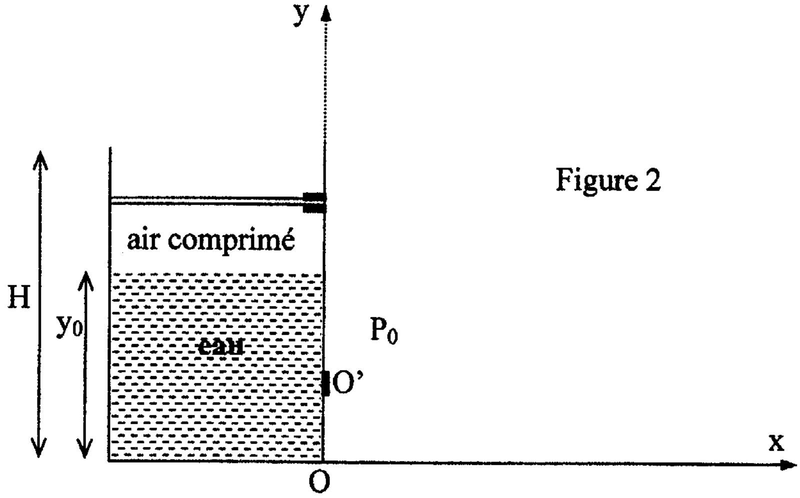

Figure 2

a) Déterminer dans cet état d'équilibre, le volume V_2 et la température T_2 de l'air comprimé dans le cylindre.
b) Calculer le travail W, l'échange thermique Q et la variation d'énergie interne ΔU échangés au cours de la compression de l'air.
c) Représenter cette transformation sur un diagramme de Clapeyron.

III- Vitesse d'éjection de l'eau surmontée d'air comprimé

Le piston étant toujours bloqué, on ouvre l'orifice O'.

1°) Calculer la vitesse initiale v'(O') d'éjection de l'eau par l'orifice.
2°) Pendant l'écoulement de l'eau, l'air au dessus de l'eau se détend. On se propose de déterminer la vitesse d'éjection v_1 de l'eau lorsque la pression de l'air comprimé est $P_3 = 1{,}05\ P_0$.
a) Déterminer le volume V_3 de l'air surmontant l'eau.
En déduire la hauteur d'eau y'_0.
b) Calculer alors la vitesse v_1 d'éjection de l'eau par l'orifice O'.

Problème 2

On réalise le montage classique d'étude de la diffraction à l'infini. La source est une fente F émettant une onde d'amplitude constante, disposée dans le plan focal objet d'une lentille convergente L_1 centrée sur l'axe optique et perpendiculaire à celui ci (Figure 1). On observe le phénomène de diffraction dans le plan focal image d'une lentille convergente L_2, centrée sur l'axe optique du système, et dont la distance focale est f. Dans tout le problème, on se limite au cas de rayons peu inclinés par rapport à l'axe du système. Entre les deux lentilles L_1 et L_2, on peut disposer différents diaphragmes D perpendiculaires à l'axe optique.

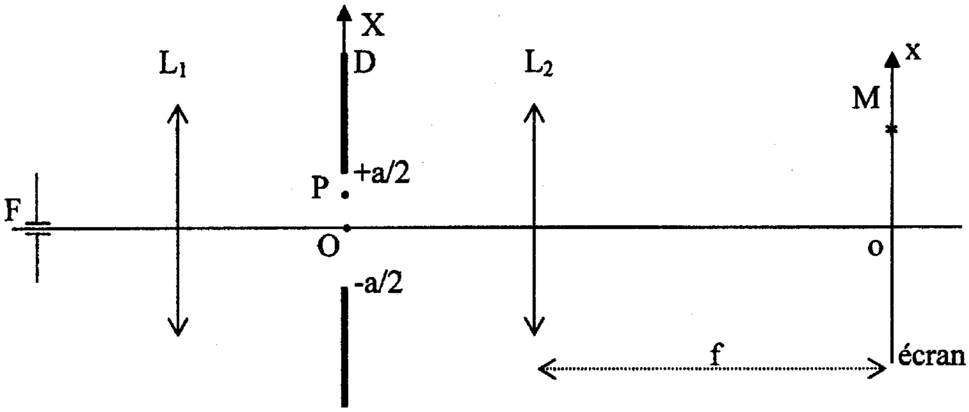

Figure 1

L'amplitude complexe de l'onde diffractée en un point M de l'écran d'observation s'écrit :

$$\underline{A}(M) = a_0 \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \exp\left(j\varphi(X)\right) dX$$

où dX représente un élément de longueur sur l'axe OX entourant un point P de l'ouverture, et φ le déphasage de l'onde issue de P par rapport à l'origine des phases prise au point O. a_0 désigne une constante.

L'intensité lumineuse I est définie par la relation $I = \underline{A}\,\underline{A}^*$, où $\underline{A}^*$ désigne le complexe conjugué de $\underline{A}$.

I- Préliminaire :

La source lumineuse est monochromatique de longueur d'onde λ. Le diaphragme D est constitué d'une fente de largeur a très petite par rapport à sa longueur, et perpendiculaire au plan de la figure 1.

1°) Quels sont les rôles des deux lentilles L_1 et L_2 ?

2°) Décrire brièvement le phénomène observé sur l'écran.

3°) a) Montrer que le déphasage φ s'écrit : $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{x}{f}X$

b) En déduire que l'amplitude A_1 de l'onde diffractée par la fente au point M de l'écran d'observation s'écrit : $A_1 = A_0 \dfrac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\frac{x}{f}\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\frac{x}{f}\right)}$.

c) Donner l'expression de l'intensité I(x) ainsi que les positions des minima d'intensité

II- Le diaphragme D est maintenant remplacé par deux fentes fines identiques (fentes d'Young) de même largeur a, parallèles entre elles et distantes de $d > a$. Les centres de ces fentes sont situés respectivement en $X = +\frac{d}{2}$ et $X = -\frac{d}{2}$.

1°) Décrire la figure observée sur l'écran.

2°) Calculer la différence de phase entre deux rayons issus des deux centres O_1 et O_2 de la 1ère et la 2ème fente, et qui interfèrent à l'infini dans une direction faisant un petit angle α avec l'axe optique.

3°) Montrer que l'intensité lumineuse diffractée au point M d'abscisse x s'écrit :

$$I(x) = I_0\left(\frac{\sin\frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi x d}{\lambda f}\right).$$

4°) Déterminer l'interfrange i d'interférences.

5°) Préciser pour $d = 4a$, le nombre de franges brillantes se trouvant dans la tâche centrale de diffraction.

6°) Tracer la courbe de l'intensité lumineuse en fonction de x pour $d = 4a$.

7°) Décrire le phénomène observé sur l'écran d'observation :

a) si on diminue simultanément la largeur a des deux fentes.

b) si on diminue la distance d séparant les deux fentes.

III- Les fentes d'Young sont remplacées par un réseau par transmission constitué de N fentes fines identiques de même largeur a. On caractérise ce réseau par son pas d (distance entre deux fentes successives) et par sa largeur ℓ.

1°) Qu'observe-t-on sur l'écran ?

2°) L'intensité lumineuse diffractée en un point du plan d'observation s'écrit sous la forme :

$$I_R(x) = I_{0R}\left(\frac{\sin\frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}}\right)^2\left(\frac{\sin\frac{N\pi x d}{\lambda f}}{N\sin\frac{\pi x d}{\lambda f}}\right)^2$$

Déterminer les positions des maxima principaux d'intensité. On introduira un entier n appelé ordre du spectre.

3°) Tracer l'allure de $I_R(x)$.

4°) La source émet maintenant deux radiations de longueur d'onde voisines λ_1 et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$.

a) Pourquoi observe-t-on une double série de lignes lumineuses décalées sur l'écran d'observation ?

b) On suppose que la limite de résolution sur l'écran d'observation est atteinte pour n donné si, le maximum principal correspondant à la longueur d'onde λ_2 se trouve sur le premier minimum correspondant à la longueur d'onde λ_1 (critère de Rayleigh).

Déterminer le pouvoir de résolution $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ du réseau.

FIN DE L'EPREUVE