

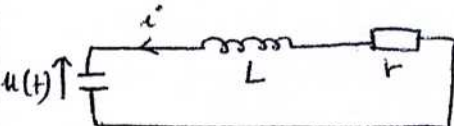
Q

Barème

Problème 1:

1- $q_0 = CE$ A.N. $q_0 = 5 \cdot 10^{-7} C$

1

2-  $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}$

1,5

$$u + L \frac{di}{dt} + ri = 0 \Rightarrow \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u = 0$$

3- $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; $2\alpha\omega_0 = \frac{r}{L} \Rightarrow \alpha = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$

1,5

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\alpha\omega_0 \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0$$

4- Equation caractéristique: $\lambda^2 + 2\alpha\omega_0 \lambda + \omega_0^2 = 0$; $\Delta' = \omega_0^2 (\alpha^2 - 1)$

Il existe 3 types de solutions selon le signe de Δ' :

- 1) $\Delta' > 0 \Rightarrow \alpha > 1$: régime aperiodique
- 2) $\Delta' = 0 \Rightarrow \alpha = 1$: régime aperiodique critique
- 3) $\Delta' < 0 \Rightarrow \alpha < 1$: régime pseudo-periodique.

1,5

5- $\alpha^2 = \frac{r^2}{4} \cdot \frac{C}{L}$, A.N. : $\alpha^2 = 4 \cdot 10^{-4} < 1$

1

$\Delta' < 0 \Rightarrow$ le régime est pseudo-periodique.

6- $\Delta' = (j\omega_0 \sqrt{1-\alpha^2})^2 = (j\omega)^2$, $\omega = \omega_0 \sqrt{1-\alpha^2}$

$$\lambda_{1,2} = -\alpha\omega_0 \pm j\omega$$

$$u(t) = e^{-\alpha\omega_0 t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t)$$

$$u(t=0) = E \Rightarrow A = E$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{du(t)}{dt} \Big|_{t=0} = 0 \Rightarrow B = \frac{\alpha\omega_0}{\omega} E \end{aligned} \right\} \Rightarrow u(t) = E e^{-\alpha\omega_0 t} \left(\cos \omega t + \frac{\alpha\omega_0}{\omega} \sin \omega t \right)$$



2

7- pseudo-période: $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\alpha^2}}$

1

A.N. : $T = 6,28 \cdot 10^{-4} s$.

8- $E e^{-\alpha\omega_0 t_0} = \frac{E}{20} \Rightarrow t_0 = \frac{1}{\alpha\omega_0} \ln 20$; A.N. : $t_0 = 1,5 \cdot 10^{-2} s$.

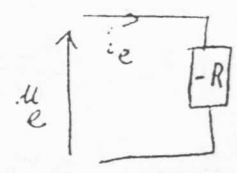
1

$\frac{t_0}{T} = 24 \Rightarrow$ Experimentalement, on observe plusieurs pseudo-périodes.

1- AD idéal $\Rightarrow i_+ = 0$; diviseur de tension $V_{\oplus} = \frac{R}{R+R_1} u_s$

2- $V_{\ominus} = u_e$
 AD idéal en fonctionnement linéaire $\Rightarrow V_{\ominus} = V_{\oplus} \Rightarrow u_e = -R i_e$

3- le montage est équivalent à une résistance négative car la loi d'Ohm s'écrit $u_e = -R i_e$ en convention récepteur:



10- $|u_s| \leq V_{sat} \Rightarrow |u_e| \leq \frac{R}{R+R_1} V_{sat}$

11- Pour $u_s = V_{sat} \rightsquigarrow u_e = V_{sat} + R_1 i_e$
 Pour $u_s = -V_{sat} \rightsquigarrow u_e = -V_{sat} + R_1 i_e$

2- $\frac{R}{R+R_1} V_{sat} = 4V$

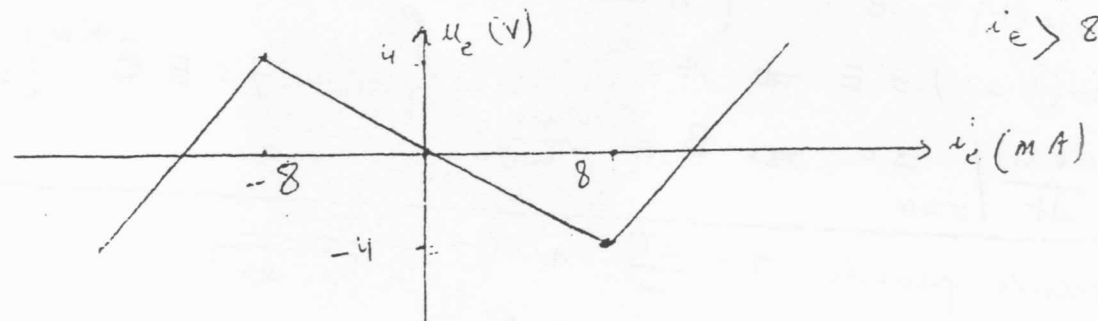
: régime linéaire : $|u_e| \leq 4V \rightsquigarrow |i_e| \leq \frac{V_{sat}}{R+R_1} = 8 \cdot 10^{-3} A$

$u_e = -500 i_e$

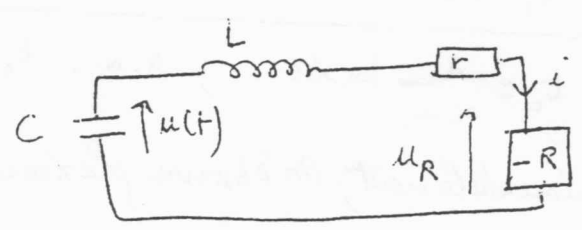
• régime saturé et $u_s = +V_{sat} \Rightarrow u_e = 12 + 1000 i_e \rightsquigarrow u_e < 4V$
 $i_e < -\frac{V_{sat}}{R+R_1}$

$i_e < -8 \cdot 10^{-3} A$

• régime saturé et $u_s = -V_{sat} \Rightarrow u_e = -12 + 1000 i_e \rightsquigarrow u_e > -4V$
 $i_e > 8 \cdot 10^{-3} A$



13.



$i = -\frac{dq}{dt} = -C \frac{du}{dt}$

$$u(t) - L \frac{di}{dt} - ri = -Ri \Rightarrow \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \frac{(r-R)}{L} \frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{LC} u(t) = 0$$

1,5

$u(t)$ est sinusoidale si $r-R=0 \Rightarrow r=R$

1

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$

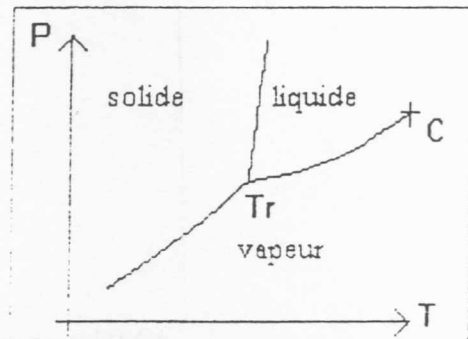
1

Problème 2 :

1- Changement de phase solide-liquide

1-

Les courbes représentent l'ensemble des points (P,T) où le corps pur est à l'état d'équilibre sous deux phases. Elles délimitent des domaines où le système est monophasé.
 T_r : point triple où les 3 phases coexistent.
 C : point critique au-delà duquel on ne peut plus distinguer la transition liquide du gaz : c'est l'état supercritique.



1
+
1

2-1-

La différentielle de la fonction enthalpie libre $G = U + PV - TS$ s'écrit :
 $dG(m, P, T) = V dP - S dT$

par unité de masse du corps pur : $dg(P, T) = \frac{dG}{m} = \frac{V}{m} dP - \frac{S}{m} dT = v dP - s dT$
 v : volume massique et s : entropie massique

1

2-2

Considérons les phases (1) et (2) en équilibre dans les conditions (T, P) :
 $g_1(T, P) = g_2(T, P)$

Sur la courbe de changement de phases : $dg_1(P, T) = dg_2(P, T)$

$$\Rightarrow v_1 dP - s_1 dT = v_2 dP - s_2 dT$$

v_i est le volume massique du corps pur dans la phase i et s_i l'entropie massique du corps pur dans la phase i .

0,75
+
0,75

2-3

D'après la condition d'équilibre, $(v_2 - v_1) dP = (s_2 - s_1) dT$

or : $s_2 - s_1 = \frac{L_{1 \rightarrow 2}}{T}$ où $L_{1 \rightarrow 2}$ est la chaleur latente de changement de phase $1 \rightarrow 2$, exprimée en $J kg^{-1}$.

D'où l'équation de Clapeyron : $L_{1 \rightarrow 2} = T(v_2 - v_1) \left(\frac{dP}{dT} \right)_{1 \rightarrow 2}$

0,5
+
0,5
+
0,5

3-1

$$\left(\frac{dP}{dT} \right)_{s \rightarrow l} = \frac{L_F}{T(v_l - v_s)} = -1,35 \cdot 10^7 \text{ Pa K}^{-1}$$

1

3-2-

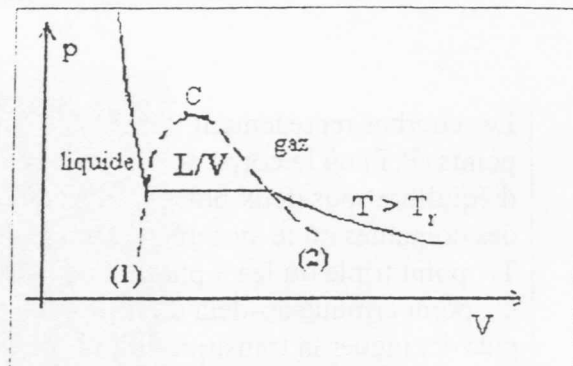
En assimilant la courbe de fusion à une droite : $\frac{\Delta P}{\Delta T} = \left(\frac{dP}{dT} \right)_{T_f} \Rightarrow$

$$\Delta T = \frac{\Delta P}{\left(\frac{dP}{dT} \right)_{T_f}} = -7,40 \text{ K}$$

C'est une valeur très faible, qui est une conséquence de la très grande pente (valeur absolue) de la courbe de fusion.

II- Changement phase liquide - vapeur

4-



- * Mélange diphasé : coexistence de deux phases (liquide-vapeur)
- * Palier de changement d'état : A une température donnée, le changement d'état fait à pression constante correspondant à un palier horizontal dans le diagramme ci-dessus.
- * Courbe de rosée : courbe (2) : lieu des points de liquide saturant
- * Courbe d'ébullition : courbe (1) : lieu des points de vapeur saturante
- * Point critique C : point critique au-delà duquel on ne distingue plus la transition liquide du gaz

5-1

$$\Delta h = L_{\text{vap}} \quad ; \quad L_{\text{vap}} = \text{Chaleur latente de vaporisation}$$
$$\Delta s = \frac{L_{\text{vap}}}{T}$$

5-2

$$\Delta h = 2,24 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1} \text{ (valeur très grande)}$$
$$\Delta s = 6005 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1} \text{ (} \Delta s > 0 \text{ car on passe d'une phase liquide plus ordonnée à une phase gazeuse plus désordonnée)}$$

6-

A pression extérieure constante, on a : $Q = \Delta h = L_{\text{vap}}$ or $\Delta s = s_c + s_e$

$$s_e = \frac{Q}{T} = \frac{\Delta h}{T} = \Delta s \text{ donc } s_c = 0 \text{ J K}^{-1} \Rightarrow \text{évolution réversible.}$$

III- Application : Stockage des fluides

7-1-

A l'état gazeux, le fluide se comporte comme un gaz parfait.

$$\rho_{\text{gaz-butane}} = \frac{P_{\text{sat-butane}} M_{\text{butane}}}{RT} = 2,6 \text{ kg m}^{-3}$$

et d'après l'énoncé, on a : $\rho_{\text{liq}} = 585 \text{ kg m}^{-3}$

1

7-2

$$\rho_{\text{moy-butane}} = \frac{5}{2,5 \cdot 10^{-2}} = 200 \text{ kg m}^{-3}$$

Pour les deux corps purs on a : $\rho_{\text{vap}} < \rho_{\text{moy}} < \rho_{\text{liq}}$

Donc, dans la bouteille du butane, on a un mélange liquide-vapeur. La pression dans l'enceinte est la pression de la vapeur saturante du corps pur à la température considérée : $P = P_{\text{sat-butane}} = 1,1 \text{ bar}$.

1

+

1

8-

$$P_{\text{sat}} > P_{\text{atm}}$$

il faut donc un détendeur pour que le gaz sorte à la pression atmosphérique

1