



Concours Biologie et Géologie Epreuve de Physique

Date : Jeudi 16 Juin 2011

Heure : 8 H00

Durée : 3 H

Nbre pages : 04

Barème : Problème 1 : 15 pts

Problème 2 : 05 pts

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve est constituée de deux problèmes indépendants.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Problème 1

Données :

- Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Masse molaire de l'air : $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Densité volumique de l'air : $\rho_0 = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Rapports des capacités calorifiques : $\gamma = 1,4$
- Le coefficient de compressibilité isentropique : $\chi_S = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_S$

L'espace est rapporté à un référentiel galiléen $R_0 (Oxyz)$ de base orthonormée directe $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

On s'intéresse à la propagation unidimensionnelle suivant l'axe (Ox) des ondes acoustiques dans un fluide parfait.

Dans le référentiel R_0 , le fluide au repos est caractérisé par les champs de pression P_0 et de masse volumique ρ_0 uniformes. La présence d'une onde acoustique dans le milieu crée une perturbation. Ainsi, les champs définis précédemment deviennent :

$$P(x, t) = P_0 + p(x, t)$$

$$\rho(x, t) = \rho_0 + \mu(x, t)$$

Où $p(x, t)$ est la surpression et $\mu(x, t)$ est la modification de la masse volumique.

Dans le cadre de l'approximation acoustique, tout terme petit d'ordre supérieur ou égal à deux sera négligé.

L'écoulement du fluide est supposé irrotationnel, isentropique et on néglige l'influence de la pesanteur.

I- Equation de propagation des ondes acoustiques :

I-1- Rappeler l'équation d'Euler d'une particule de fluide en mouvement à la vitesse \vec{v} , non soumise à des forces volumiques ainsi que l'équation de conservation de la masse.

I-2- Montrer que la linéarisation de ces équations dans le cadre de l'approximation acoustique donne :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} p \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \vec{v} = 0 \quad (2)$$

I-3- Ecrire les équations (1) et (2) dans le cas d'une propagation unidimensionnelle suivant la direction (Ox).

I-4- Montrer que : $\mu(x, t) = \rho_0 \chi_S p(x, t)$

I-5- Montrer que la surpression $p(x, t)$ et la vitesse $v(x, t)$ sont solutions d'une équation du type

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} \text{ dont on précisera le nom.}$$

Exprimer c en fonction de ρ_0 et χ_S .

I-6- Donner la forme générale des solutions $p(x, t)$ et $v(x, t)$.

I-7- Dans le cas où le fluide est un gaz parfait, établir l'expression de la célérité c en fonction de la température T , la masse molaire M , la constante des gaz parfaits R ainsi que le rapport des capacités calorifiques γ .

Application numérique : calculer c dans le cas de l'air pour $T = 298K$.

II- Propagation d'une onde acoustique plane progressive monochromatique :

On considère une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde λ qui se propage dans le sens des $x > 0$.

II-1- En notation complexe, $p(x, t)$ et $v(x, t)$ ont pour expressions :

$$\underline{p}(x, t) = p_0 \exp j(\omega t - kx)$$

$$\underline{v}(x, t) = v_0 \exp j(\omega t - kx)$$

II-1-1- Etablir la relation entre k et ω .

II-1-2- Calculer la longueur d'onde λ d'une onde sonore de fréquence $f = 3MHz$ se propageant dans l'air.

II-2-1- Déterminer l'impédance acoustique Z_c définie par : $Z_c = \frac{p(x, t)}{v(x, t)}$

II-2-2- Quelle sera l'expression de Z_c dans le cas d'une propagation dans le sens des $x < 0$?

II-2-3- Calculer le module de Z_c dans le cas de l'air.

III- Réflexion et transmission d'une onde acoustique :

On considère deux fluides (1) et (2) séparés par une surface plane perpendiculaire à l'axe (Ox) en $x = 0$.

On désigne par Z_{c1} et Z_{c2} leurs impédances acoustiques respectives.

Une onde incidente (O.I) acoustique plane progressive monochromatique définie par :

$$p_i(x, t) = p_0 \cos(\omega t - k_1 x)$$

arrive en incidence normale, au niveau du plan $x = 0$. Elle donne naissance à une onde réfléchie (O.R) et à une autre transmise (O.T) (Figure 1).

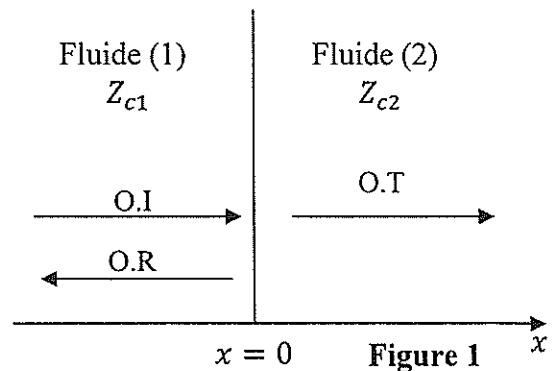


Figure 1

III-1- Donner les expressions de $p_r(x, t)$ de l'onde réfléchie et $p_t(x, t)$ de l'onde transmise.

III-2- En déduire celles de $v_i(x, t)$, $v_r(x, t)$ et $v_t(x, t)$.

III-3- En utilisant la conservation du débit volumique et la continuité de la surpression à l'interface séparant les deux fluides, déterminer les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude définis par :

$$r_{(p)} = \frac{p_r(x=0,t)}{p_i(x=0,t)} \quad \text{et} \quad \tau_{(p)} = \frac{p_t(x=0,t)}{p_i(x=0,t)}$$

III-4- On définit l'intensité acoustique par la grandeur $I = \langle p v \rangle$, où le signe « $\langle \rangle$ » désigne la moyenne temporelle.

III-4- 1- Montrer que les coefficients de réflexion et de transmission en énergie \mathcal{R} et T sont donnés par :

$$\mathcal{R} = \left| \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \right|^2 \quad \text{et} \quad T = 4 \frac{Z_{c2} Z_{c1}}{(Z_{c1} + Z_{c2})^2}$$

III-4-2- Quelle relation a-t-on entre \mathcal{R} et T ?

III-4-3- Qu'est-ce qu'elle traduit ?

IV- Application à l'échographie à ultrasons :

IV-1- Calculer le coefficient de réflexion en énergie pour les interfaces air/peau et peau/graisse.

IV-2- Peut-on faire pénétrer des ultrasons dans le corps humain ? Justifier votre réponse.

IV-3- Pour réaliser des échographies à ultrasons, on utilise un gel entre la sonde et la peau. Quel est l'intérêt de ce gel ? Comment le choisir ?

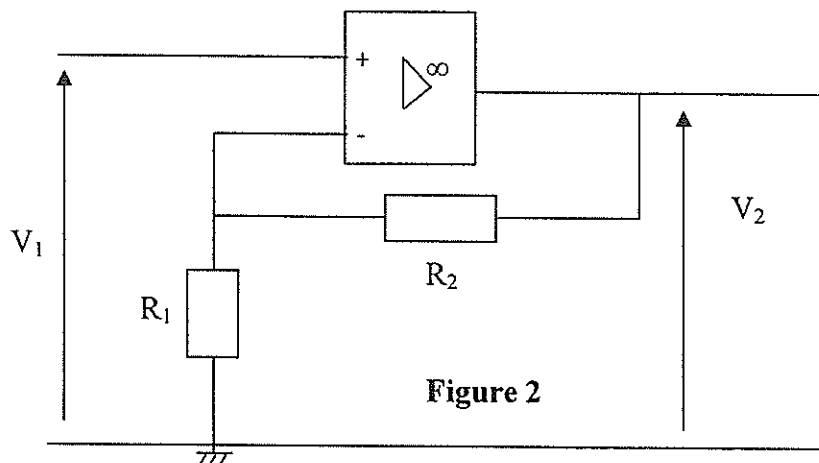
Données :

Milieu	$Z_c (10^6 \text{S.I})$
air	0.0004
Tissu mou / peau	1.62
graisse	1.38

Problème 2

Dans tout le problème l'amplificateur opérationnel (AOP) est supposé idéal.

I- On considère le montage de la figure 2 :



I-1- Dans le cas où l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire, montrer que l'on peut écrire la tension V_2 de la forme :

$$V_2 = G V_1$$

Exprimer G en fonction de R_1 et R_2 . Que représente G ?

I-2 - Montrer que l'AOP fonctionne en régime linéaire tant que V_1 varie dans un domaine de tension que l'on précisera. On définira une tension critique V_{1c} que l'on exprimera en fonction de G et de la tension de saturation V_{sat} .

I-3- Tracer la courbe $V_2 = f(V_1)$ pour V_1 variant entre $-V_{10}$ et $+V_{10}$ où $V_{10} > V_{1c}$.

II- On considère le filtre de Wien représenté sur la figure 3 :

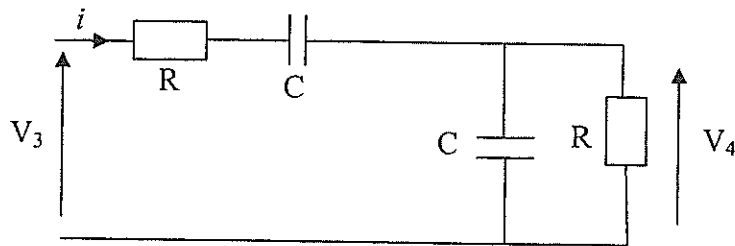


Figure 3

II-1- Exprimer le courant i en fonction de R, C, V_3 et $\frac{dV_4}{dt}$.

II-2- Montrer que les tensions V_3 et V_4 sont reliées par une équation différentielle de la forme :

$$\frac{d^2V_4}{dt^2} + a\omega_0 \frac{dV_4}{dt} + \omega_0^2 V_4 = \omega_0 \frac{dV_3}{dt}$$

Où a est une constante à déterminer et ω_0 une pulsation qu'on exprimera en fonction de R et C .

III- On regroupe les deux figures 2 et 3 suivant le schéma de la figure 4 :

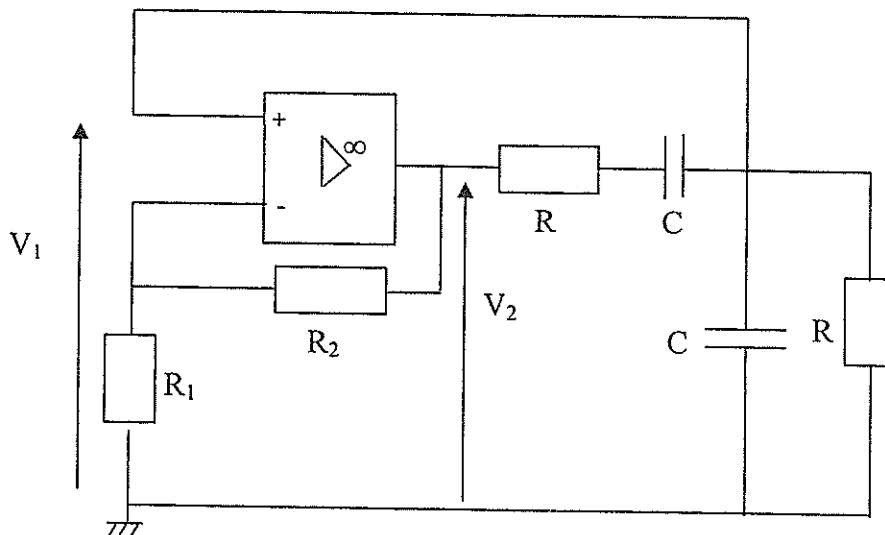


Figure 4

III-1- Montrer que l'équation obtenue en II-2 reste valable.

III-2- Montrer que la tension V_1 est régie par le système d'équations suivantes :

$$\frac{d^2V_1}{dt^2} + b_1\omega_0 \frac{dV_1}{dt} + \omega_0^2 V_1 = 0 \quad \text{Si } |V_1| \leq V_{1c}$$

$$\frac{d^2V_1}{dt^2} + b_2\omega_0 \frac{dV_1}{dt} + \omega_0^2 V_1 = 0 \quad \text{Si } |V_1| > V_{1c}$$

Exprimer b_1 et b_2 en fonction de a et G .

III-3- Pour quelle valeur de G peut-on générer des oscillations sinusoïdale ?

Fin de l'Epreuve



المدرسة الوطنية للمهندسين بتونس

école nationale d'ingénieurs de tunis

Service de Télécopie

FAX N° 216-71 87 27 29

Date:
Destinataire:
Téléphone :
Fax:
Expéditeur: Chiheb BOUDEN - Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis-
B.P. 37 - 1002 TUNIS-Belvédère
Nb. de pages: y compris celle-ci.

Bonjour,

Prépa BG : Epreuve de Physique

Page 2 / 4 :

L'équation (2) :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \vec{v} = 0$$

devient :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

cordialement

Chiheb BOUDEN

CB



