REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session : Juin 2002

Concours en Physique et Chimie
Epreuve de Physique

Date : Jeudi 06 Juin 2002	**Heure : 8 H**	**Durée : 4 H**	**Nb pages : 8**
Barème :	**Pb1: 11,25/20**		**Pb2: 08,75/20**

Seules les calculatrices non programmables sont autorisées.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'épreuve est constituée de deux problèmes indépendants. Dans chaque problème , certaines parties et de nombreuses questions sont indépendantes.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Données utiles :

- gradient d'une fonction scalaire en coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{\text{grad}}\, U = \frac{\partial U}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial U}{\partial \varphi}\vec{u}_\varphi$$

- Laplacien d'une fonction scalaire en coordonnées sphériques :

$$\Delta U = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial U}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial U}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}$$

- divergence d'un vecteur en coordonnées sphériques :

$$\text{div}\,\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 A_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\, A_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}(A_\varphi)$$

- Rotationnel d'un vecteur en coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{A} = \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\, A_\varphi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi}\right]\vec{u}_r + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi)\right]\vec{u}_\theta + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right]\vec{u}_\varphi$$

- $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{A}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\,\vec{A}) - \Delta\vec{A}$

- $(\vec{A}.\overrightarrow{\text{grad}})\vec{A} = \overrightarrow{\text{grad}}(\frac{1}{2}\vec{A}^2) - \vec{A}\wedge\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{A}$

- Le vide est caractérisé par : sa permittivité diélectrique $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi}10^{-9}\ \text{Fm}^{-1}$
  sa perméabilité magnétique $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ \text{Hm}^{-1}$

PROBLEME N°1

I - Préliminaire :

1- Rappeler les formes locales des équations de Maxwell dans un milieu caractérisé par les constantes du vide ε_0 et μ_0. Ce milieu possède une densité volumique de charges $\rho(M,t)$ et une densité volumique de courant $\vec{j}(M,t)$.

2 - Montrer que ces équations sont compatibles avec l'équation locale de conservation de la charge électrique.

3 - En déduire les équations de propagation du champ électromagnétique dans le vide : milieu dépourvu de charges et de courants. On notera c la célérité de l'onde dans le vide.

4 - Indiquer la structure de l'onde électromagnétique dans le cas d'une propagation unidimensionnelle selon l'axe (ox), d'un référentiel $\Re(oxyz)$.

II - Etats de polarisation :

On considère une onde électromagnétique plane monochromatique sinusoïdale de pulsation ω et de vecteur d'onde $\vec{k}$ se propageant dans le sens des x croissants. Le champ électrique de cette onde s'écrit :

$$\vec{E}(M,t)\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = E_{oy}\cos(\omega t - kx) \\ E_z = E_{oz}\cos(\omega t - kx - \varphi) \end{cases}$$

où E_{oy} et E_{oz} sont des amplitudes et φ une phase à l'origine du temps et de l'espace. E_{oy} , E_{oz} et φ sont des constantes.

5 - Déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M,t)$.

6 -

6-1 - Qu'appelle-t-on polarisation d'une telle onde ?

6-2 - Montrer que les composantes de $\vec{E}(M,t)$ sont reliées par l'équation :

$$\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{E_{oz}}\right)^2 - 2\frac{E_y E_z}{E_{oy}E_{oz}}\cos\varphi = \sin^2\varphi$$

7 - Quel sera le type de polarisation dans les cas suivants :

a°) $\varphi = 0$ c°) $\varphi \in \left]0,\pi\right[$

b°) $\varphi = \pi$ d°) $\varphi \in \left]\pi,2\pi\right[$

8 - Indiquer les conditions sur E_{oy} , E_{oz} et φ pour avoir une polarisation circulaire gauche ou droite.

III - Polarisation des ondes lumineuses :

Partie A : Loi de Malus

9 - La lumière naturelle est-elle polarisée ?
Cette lumière peut être décomposée en deux vibrations perpendiculaires et de même amplitude. Que peut-on dire de la cohérence mutuelle de ces vibrations ?

10 - Décrire une expérience simple, permettant de réaliser une lumière polarisée rectilignement.
Comment peut-on l'analyser ?

11 - *Etude d'un Polaroïd (Polariseur)* :

On considère une source laser émettant une onde plane non polarisée. Un détecteur optique permet la mesure des puissances lumineuses. En l'absence du Polaroïd le détecteur indique une puissance $\mathcal{P}_0$. On rappelle que la puissance lumineuse est proportionnelle à $< \vec{E}^2 >$ où le signe "< >" indique la moyenne temporelle.

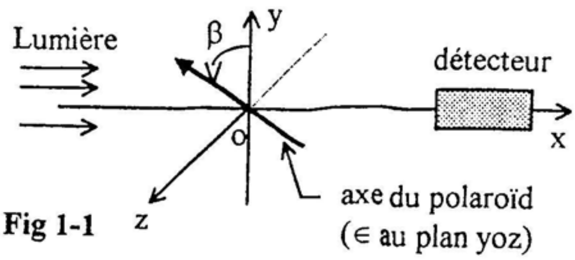

Fig 1-1

On considère un Polaroïd idéal dont l'axe fait un angle β avec l'axe (oy) (fig1-1). Exprimer la puissance transmise $\mathcal{P}_1$ en fonction de $\mathcal{P}_0$.

12 - *Expérience de Malus* : Derrière le Polaroïd précédent noté P_1 d'axe parallèle à (oy), on place un deuxième Polaroïd identique noté P_2 dont l'axe fait un angle α avec celui de P_1(Fig 1-2).

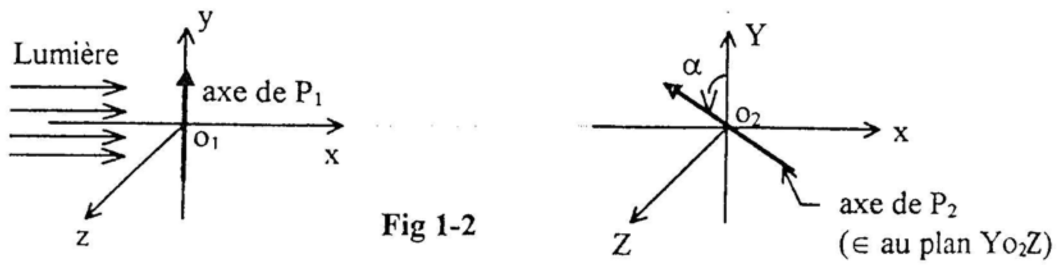

Fig 1-2

En supposant P_2 idéal, calculer la puissance lumineuse $\mathcal{P}_2$ transmise en fonction de α et de $\mathcal{P}_1$ (Loi de Malus).

Partie B : Polarisation par diffusion

13 - *Rayonnement d'un dipôle électrique oscillant* : On considère, un dipôle D oscillant dans le vide, constitué d'une charge ponctuelle -q fixe à l'origine O des coordonnées dans le référentiel galiléen (Oxyz), et d'une charge ponctuelle +q de position S(0,0,z(t)) avec $z(t) = z_0 \cos\omega t$, $z_0 > 0$, (Fig 1-3).

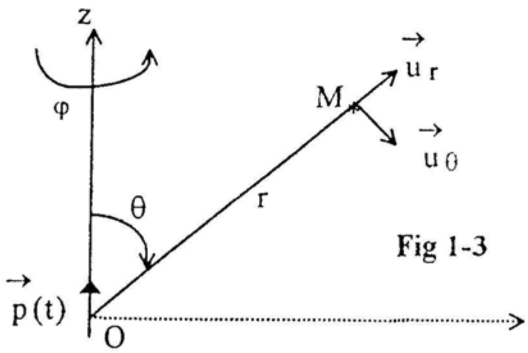

Fig 1-3

13-1- Donner l'expression du moment dipolaire $\vec{p}(t) = p(t)\,\vec{u}_z$ du dipôle D. On posera $p_0=qz_0$.

Le calcul du champ électrique $\vec{E}(M,t)$ créé par D en un point M de coordonnées sphériques (r, θ,φ) donne :

$$\vec{E}(M,t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[\left(2p(t-\frac{r}{c}) + 2\frac{r}{c}\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{t-\frac{r}{c}}\right)\cos\theta\,\vec{u}_r + \left(p(t-\frac{r}{c}) + \frac{r}{c}\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{t-\frac{r}{c}} + \frac{r^2}{c^2}\left.\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}\right|_{t-\frac{r}{c}}\right)\sin\theta\,\vec{u}_\theta\right]$$

13-2- Montrer que l'expression donnée est en accord avec la symétrie du problème.

13-3- Montrer que $\vec{E}(M,t)$ peut s'écrire comme la somme de trois champs dont on donnera les significations.

13-4- Définir la zone du rayonnement du dipôle. En déduire l'expression du champ électrique rayonné

13-5- Sachant que l'onde rayonnée est localement plane, déterminer l'expression du champ magnétique rayonné $\vec{B}(M,t)$.

13-6- Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}(M,t)$. Tracer l'allure du diagramme de rayonnement $\|<\vec{\Pi}(M,t)>\| = f(\theta)$. Commenter.

13-7- Montrer que la puissance électromagnétique instantanée traversant à grande distance une sphère de rayon r, centrée sur le dipôle, se propage à la vitesse c.

13-8- En déduire que la valeur moyenne de cette puissance s'écrit : $\mathcal{P} = \dfrac{p_0^2\omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$. Commenter.

13-9- Quelle est la polarisation de l'onde rayonnée ? Montrer que la direction de cette polarisation correspond à la projection de $\vec{p}(t)$ sur un plan passant par M, que l'on déterminera.(On pourra décomposer $\vec{p}(t)$ dans la base sphérique).

13-10- Généraliser le résultat précédent pour un dipôle de moment $\vec{p}(t)$ ayant une direction quelconque.

14 - *Diffusion du rayonnement électromagnétique*:

Le champ d'une onde électromagnétique peut interagir avec un atome ou une molécule, qui absorbe une partie du rayonnement incident. Les électrons de ces atomes, de noyaux supposés fixes, sont ainsi mis en mouvement forcé; les systèmes (électron+noyau) se comportent comme des dipôles oscillants, qui diffusent le rayonnement incident (rayonnement dipolaire).

Un milieu diélectrique linéaire homogène et isotrope est excité par une onde lumineuse incidente dont le champ électrique s'écrit en notation complexe : $\underline{\vec{E}}(M,t) = \vec{E}_0\, e^{i(\omega t - kx)}$.

On se place dans le modèle de l'électron élastiquement lié , dans lequel le vecteur position $\vec{r} = \vec{OM}$ d'un électron non relativiste, de masse m et de charge q = - e, vérifie l'équation :

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \frac{m}{\tau}\frac{d\vec{r}}{dt} + m\omega_0^2\vec{r} = -e\vec{E}_0\, e^{i\omega t}$$

où ω_0 et τ sont des constantes positives. L'amplitude $\vec{E}_0$ du champ électrique complexe est réelle.

14-1- Interpréter les différents termes de cette équation.

14-2- Justifier que la force magnétique est négligeable devant la force électrique.

14-3- Vérifier qu'à l'échelle atomique, on peut considérer que le champ de l'onde incidente est uniforme :

$$\underline{\vec{E}}(M,t) = \vec{E}_0\, e^{i(\omega t - kx)} \approx \vec{E}_0\, e^{i\omega t}$$

14-4- Etablir, en régime sinusoïdal forcé, l'expression complexe $\underline{\vec{p}}$ du moment dipolaire atomique.

14-5- Dans le cas de la diffusion de Rayleigh : $\dfrac{1}{\tau} << \omega << \omega_0$

a°) Exprimer $\underline{\vec{p}}$ en fonction de ω_0 , e , m et $\underline{\vec{E}}$.

b°) En déduire que la puissance moyenne rayonnée par l'atome est proportionnelle à $\left(\dfrac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4$ où λ et λ_0 sont les longueurs d'onde associées respectivement à ω et ω_0.

14-6- Pour les électrons atomiques de l'atmosphère terrestre on a : $\omega_0 = 10^{17} rad.s^{-1}$ et $\tau = 10^{-8} s$.
Justifier la couleur bleue du ciel.

15 - *Mise en évidence expérimentale du phénomène de diffusion* :

15-1-

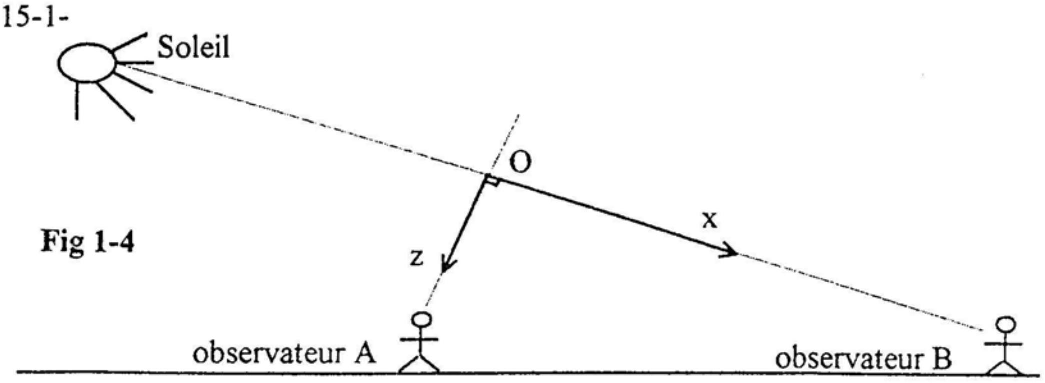

Fig 1-4

En plein jour, par beau temps, deux observateurs A et B, muni chacun d'un Polaroïd, visent le même point O du ciel (Fig 1-4).

Indiquer la polarisation des ondes reçues par ces observateurs.

15-2- On considère le montage expérimental suivant : (fig 1-5)

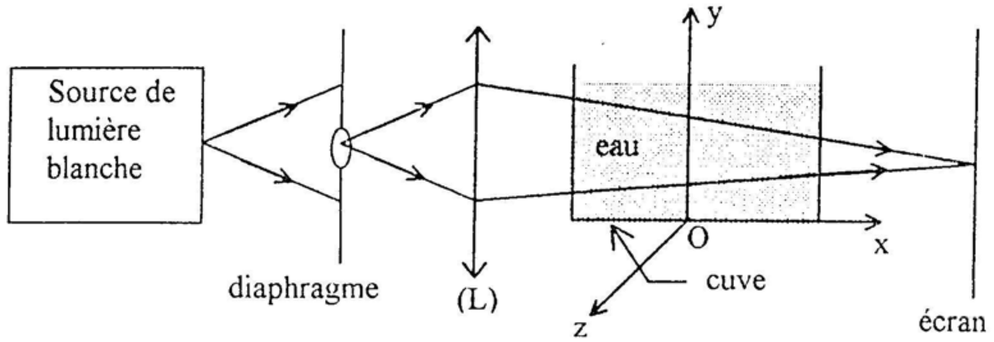

Fig 1-5

A l'aide d'une lentille convergente (L), on réalise l'image du diaphragme sur l'écran, puis on verse une goutte de lait dans la cuve transparente contenant de l'eau.

Décrire et interpréter le phénomène observé en indiquant :

a°) Le changement de la couleur de l'image du diaphragme sur l'écran.

b°) La couleur de la lumière diffusée latéralement (selon Oz par exemple).

c°) La polarisation de la lumière diffusée dans la direction (Ox) de l'onde incidente et dans une direction perpendiculaire à celle-ci.

IV - Lames à retard :

On considère une lame transparente d'épaisseur ℓ selon l'axe (Ox) (Fig 1-6), et ayant les propriétés suivantes :

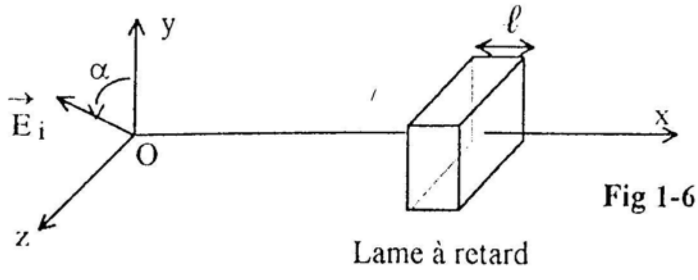

Fig 1-6

- Pour une onde électromagnétique plane polarisée rectilignement suivant (Oz) et arrivant en incidence normale, la lame présente un indice de réfraction n_0.
- Pour une onde électromagnétique plane polarisée rectilignement suivant (Oy) et arrivant en incidence normale, la lame présente un indice de réfraction n_e.
- Dans ces deux cas, la traversée de la lame ne modifie pas l'état de polarisation de l'onde incidente.
Cette lame est appelée lame à retard.
On s'intéresse à une lame en Quartz (SiO_2) qui est un cristal pour lequel : $n_e > n_o$.

Une onde plane monochromatique polarisée rectilignement, de champ électrique $\vec{E_i} = E_0\cos(\omega t - kx)\,\vec{u}$ où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire faisant un angle α avec (Oy), arrive en incidence normale sur cette lame (Fig 1-6).

16 - Identifier les lignes neutres de la lame. Préciser l'axe lent et l'axe rapide.
Décrire une expérience simple permettant de les identifier relativement.

17 - Déterminer les composantes du champ électrique $\vec{E_t}$ après la traversée de la lame. En déduire l'expression de la différence de marche optique introduite par la lame en fonction de ℓ et de $\Delta n = n_e - n_0$.

18- Définir une lame *demi-onde* et une lame *quart d'onde*.

Dans la suite du problème, on fera un changement de l'origine des phases : $x' = x + n_e\,\ell$ pour déterminer l'expression de $\vec{E_t}$ à la sortie de la lame.

19 - Déterminer l'expression de $\vec{E_t}$ et la polarisation de l'onde à la sortie :
a°) d'une lame *demi-onde*
b°) d'une lame *quart d'onde*
Dans quel cas sera-t-elle circulaire ?

20- La lumière monochromatique incidente possède une polarisation circulaire.
Donner les expressions du champ électrique à l'entrée et à la sortie :
a°) d'une lame *demi-onde*
b°) d'une lame *quart d'onde*
En déduire la polarisation de l'onde transmise.

21 - Une lame à retard peut-elle transformer une lumière naturelle en lumière polarisée ?

22 - Citer une application intéressante des lames à retard.

PROBLEME N°2

On considère un fluide de masse volumique ρ en mouvement dans un référentiel galiléen $\Re(Oxyz)$ muni d'une base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ où le vecteur $\vec{u}_x$ caractérise la verticale ascendante. Dans la description d'Euler, on désigne par $\vec{v}(M,t)$ le champ de vitesses à un instant t, en un point M de l'espace de vecteur position $\vec{r} = \vec{OM}$.

I - Généralités :

1 - Définir un élément de fluide appelé aussi « particule fluide ». En se basant sur un ordre de grandeur, montrer que cette définition a une réalité physique.

2 - Rappeler l'équation locale de conservation de la masse du fluide. Que devient cette équation dans le cas d'un fluide en écoulement incompressible ?

II - Fluide parfait :

Dans cette partie, on suppose que le fluide est parfait.

3 - Définir le modèle du fluide parfait.

Si un fluide réel est au repos, est-il nécessaire de lui appliquer ce modèle ?

4 - Dans le cas d'un mouvement irrotationnel, montrer que la vitesse $\vec{v}(M,t)$ dérive d'un potentiel $\phi(M,t)$. Si de plus l'écoulement est incompressible, montrer que $\phi(M,t)$ vérifie l'équation de Laplace.

5 - On considère un écoulement permanent et irrotationnel d'un fluide incompressible autour d'une sphère solide de rayon R, initialement au repos. Loin de la sphère, le champ de vitesses est uniforme : $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_z$ (Fig 2).

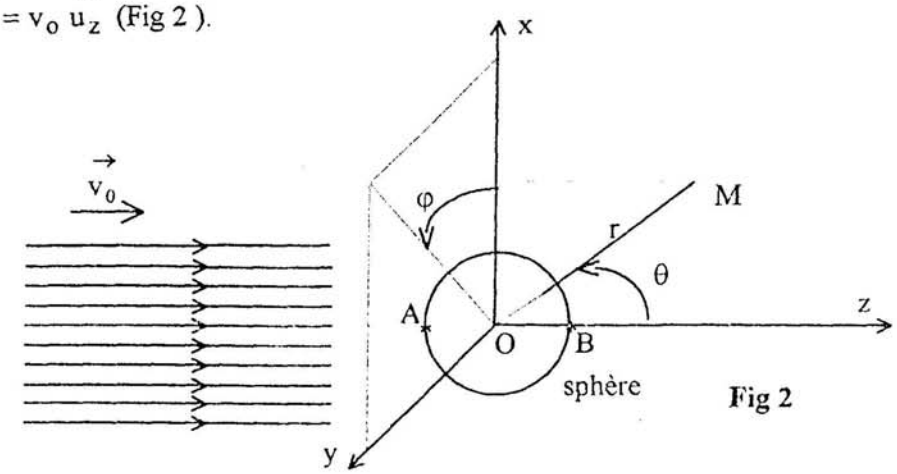

Fig 2

5-1- Déterminer l'équation aux dérivées partielles vérifiée par le potentiel ϕ (r,θ,φ).
Quelles sont les conditions aux limites vérifiées par $\phi(M)$.

5-2- On cherche le potentiel ϕ sous la forme : $\phi\,(r,\theta) = f(r)\cos\theta$.
Déterminer l'équation différentielle vérifiée par f(r).

5-3- En faisant le changement de variable $u = \ell n(r)$ où ℓn désigne le logarithme népérien, montrer que la solution de l'équation précédente s'écrit sous la forme $f(r) = C_1 r + \dfrac{C_2}{r^2}$ où C_1 et C_2 sont des constantes.

5-4- En utilisant les conditions aux limites, déterminer C_1 et C_2. En déduire les expressions de ϕ (r,θ) et de la vitesse en tout point de l'écoulement, en fonction de v_0, R, r et θ. Déterminer les points où la vitesse est extrémale . Calculer les valeurs de la vitesse en ces points.

5-5- Dans un plan contenant l'axe (Oz), tracer l'allure des lignes de courant.
Expliquer en particulier le comportement de ces lignes au voisinage de la sphère.

6 -

6-1- Rappeler l'équation locale du mouvement d'un fluide parfait (Equation d'Euler).

6-2- Déduire la relation de Bernoulli dans le cas d'un fluide parfait et incompressible en écoulement permanent dans le champ de pesanteur supposé uniforme $\vec{g} = -g\,\vec{u}_x$.

Que devient cette relation si de plus l'écoulement est irrotationnel.

Donner, sans calcul, une interprétation énergétique de la relation de Bernoulli.

7 - On désigne par P_0, la pression à l'infini sur l'axe (Oz) dans l'écoulement décrit dans la question -5-.

7-1- Exprimer la pression P_B au point B en fonction de v_0, ρ et P_0.

7-2- Déduire la pression P_M en un point $M(R,\theta,\varphi)$ de la surface de la sphère.

7-3- Déterminer la force de pression exercée par le fluide sur la sphère . Commenter le résultat.

7-4- Expliquer, pourquoi le résultat précédent est en désaccord avec l'observation expérimentale : la sphère est en fait, lentement entraînée par le fluide, parallèlement à l'écoulement (Paradoxe de d'Alembert).

III - Fluide réel :

Dans un fluide réel et incompressible de coefficient de viscosité η, les forces de viscosité (cisaillement) sont équivalentes à une force volumique de densité : $\vec{f}_{vis} = \eta \, \Delta \vec{v}$ où Δ est l'opérateur « Laplacien vectoriel » et $\vec{v}$ est le champ des vitesses dans le fluide.

8 -

8-1- Expliquer brièvement l'origine microscopique de cette force.

8-2- Donner la définition du nombre de Reynolds $\Re_e$ pour un écoulement donné. En quoi réside l'importance de ce nombre ?

9 - L'équation locale du mouvement d'un fluide homogène, incompressible, de coefficient de viscosité η; placé dans le champ de pesanteur uniforme, est donnée par :

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, P + \rho \vec{g} + \eta \, \Delta \vec{v} \quad : \text{Equation de Navier-stokes.}$$

où $\frac{D}{Dt}$ désigne l'opérateur dérivée particulaire.

On reprend l'étude de l'écoulement défini en -5-, en tenant compte de la viscosité du fluide. On montre que pour $\Re_e << 1$, le champ des vitesses est donné en coordonnées sphériques par :

$$\begin{cases} v_r = v_0\left(1 - \dfrac{3R}{2r} + \dfrac{R^3}{2r^3}\right)\cos\theta \\ v_\theta = -v_0\left(1 - \dfrac{3R}{4r} - \dfrac{R^3}{4r^3}\right)\sin\theta \\ v_\varphi = 0 \end{cases}$$

9-1- Comment peut-on avoir la condition $\Re_e << 1$? Quelle est la nature de l'écoulement?

9-2- Dans ce cas, quel terme peut-on négliger dans l'équation de Navier-stokes ? Justifier.

On obtient ainsi l'équation locale linéaire du mouvement.

9-3- Commenter l'expression du champ de vitesses donné et vérifier qu'il respecte les conditions aux limites.

9-4- Déterminer la condition vérifiée par la pression P pour que le champ de vitesses donné soit la solution de l'équation locale linéaire.

9-5- Déterminer les forces de pression et de viscosité exercées sur la sphère.

On rappelle que la force de viscosité qui agit sur un élément de surface dS de la sphère est :

$$d\vec{F}_{vis} = \eta \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r}\right)_{r=R} dS \, \vec{u}_\theta$$

9-6- En déduire la force de traînée exercée par le fluide sur la sphère. Conclure concernant le paradoxe de d'Alembert. Dans quel cas retrouve-t-on la formule de Stokes ?

FIN DE L'EPREUVE