

Problème :

Principe de Huygens-Fresnel :

Chaque point P d'une surface (S) atteinte par la lumière provenant d'une source primaire se comporte comme une source secondaire émettant une onde sphérique, ou ondelette, d'amplitude en P proportionnelle à celle de l'onde incidente et à l'élément ds entourant le point P.

Les sources secondaires sont cohérentes et les différents ondelettes émises interfèrent entre elles : en un point M, les amplitudes s'ajoutent.

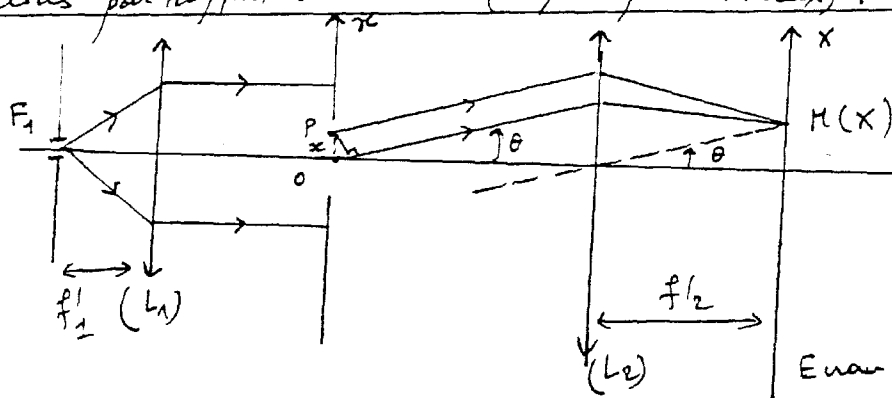
1

La diffraction de Fraunhofer est observable lorsque la source primaire et l'écran d'observation sont très éloignés de la pupille diffractante de sorte qu'on les considère à l'infini.

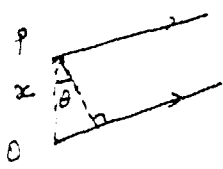
1

L'approximation de Gauss est l'approximation linéaire de l'optique géométrique. Les rayons envoyés par un objet situé au voisinage de l'axe optique du système ont de faibles incidences et sont peu inclinés par rapport à cet axe (rayons paraxiaux).

1



1



$$\delta(M) = (F_1 O P) - (F_1 P P) = x \sin \theta$$

$$\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \theta \approx \frac{2\pi}{\lambda} x \cdot \theta$$

1

$$A_0(\theta) = a_0 \int_{-a/2}^{a/2} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \theta} dx \Rightarrow A_0(\theta) = a \cdot a_0 \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right)$$

$$\sin \theta \approx \theta = \frac{x}{f_2} \Rightarrow A_0(x) = a \cdot a_0 \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi a x}{\lambda f_2} \right)$$

1,5

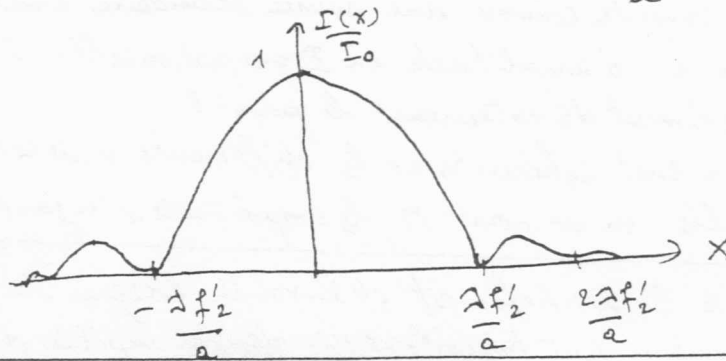
$$I(x) = I_0 \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\pi a x}{\lambda f_2} \right)$$

0,5

I(x) admet un max principal pour $x=0$; $I(0) = I_0$.
 pour $x \neq 0$, I(x) s'annule pour $x_{\min} = k \cdot \frac{\lambda f_2}{a}$, $k \in \mathbb{Z}^*$

0,5

$I(x)$ admet un max secondaire pour: $u = \tan u$, $u = \frac{\pi a x}{\lambda f/2}$
 → résolution graphique, $x_{max, s} \approx \frac{(2k+1) \cdot \lambda f/2}{a}$, $k \in \mathbb{Z}^*$
 d'un $I(x)$:



7-2- $\Delta x_0 = \frac{2\lambda f/2}{a}$ 1

7-3- $x_{max, s} = \frac{(2k+1) \lambda f/2}{a} \Rightarrow \frac{I_{max, s}}{I_0} = \frac{4}{(2k+1)^2 \pi^2}$
 $k=1 \rightsquigarrow \frac{I_1}{I_0} = 0,045 = 4,5\%$
 $k=2 \rightsquigarrow \frac{I_2}{I_0} = 0,016 = 1,6\%$
 L'intensité des max secondaires est très faible devant celle du max principal (central). 2

8-1- $A_1(\theta) = a_0 \int_{b-a/2}^{b+a/2} e^{j \frac{2\pi x \sin \theta}{\lambda}} dx \Rightarrow A_1(\theta) = a_0 e^{j \frac{2\pi b \sin \theta}{\lambda}} \text{sinc} \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right)$ 1,5

8-2- $A_1(\theta) = e^{j \frac{2\pi b \sin \theta}{\lambda}} \cdot A_0(\theta)$
 une translation de la fente diffractante dans son plan revient à décaler l'origine θ dans le plan (xy) , et introduit un facteur de phase global dans l'amplitude diffractée. 1,5

8-3- $I_1(\theta) = A_1 A_1^* = I_0(\theta) \Rightarrow I_1(x) = I(x)$
 la figure de diffraction n'est pas modifiée suite à la translation de la fente diffractante. 1

9- $A(\theta) = a_0 \int_{-a/2}^{a/2} \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi x}{\ell} \right) e^{j \frac{2\pi x \sin \theta}{\lambda}} dx$
 $\Rightarrow A(\theta) = \frac{a a_0}{2} \left[\text{sinc} \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right) + \frac{1}{2} \text{sinc} \left[\pi \left(\frac{\sin \theta}{\lambda} + \frac{1}{\ell} \right) a \right] + \frac{1}{2} \text{sinc} \left[\pi \left(\frac{\sin \theta}{\lambda} - \frac{1}{\ell} \right) a \right] \right]$ 2

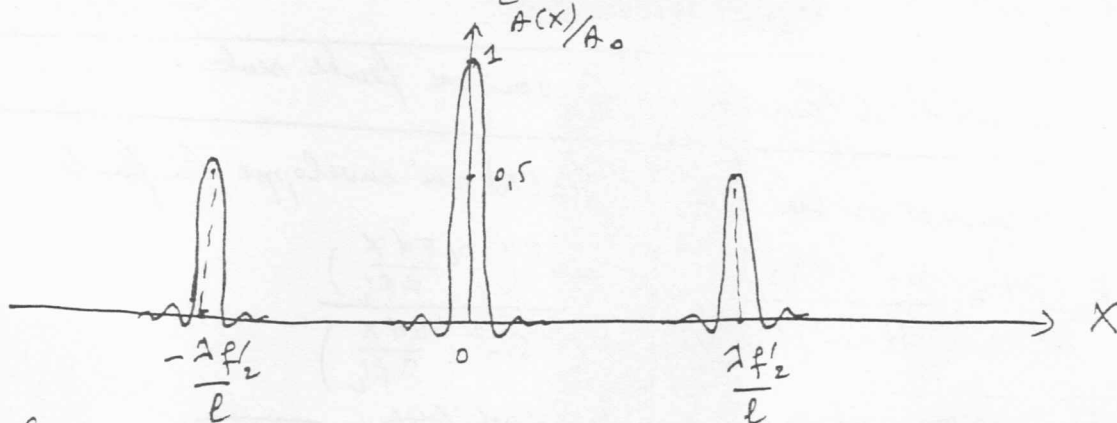
10-
$$A(x) = A_0 \left[\underbrace{\text{sinc}_c \left(\frac{\pi a x}{\lambda f'_2} \right)}_{(1)} + \frac{1}{2} \underbrace{\text{sinc}_c \left[\pi \left(\frac{x}{\lambda f'_2} + \frac{1}{l} \right) a \right]}_{(2)} + \frac{1}{2} \underbrace{\text{sinc}_c \left[\pi \left(\frac{x}{\lambda f'_2} - \frac{1}{l} \right) a \right]}_{(3)} \right]$$

avec $A_0 = a \frac{I_0}{2}$

Les trois termes (1), (2) et (3) sont des fonctions sinus cardinal :

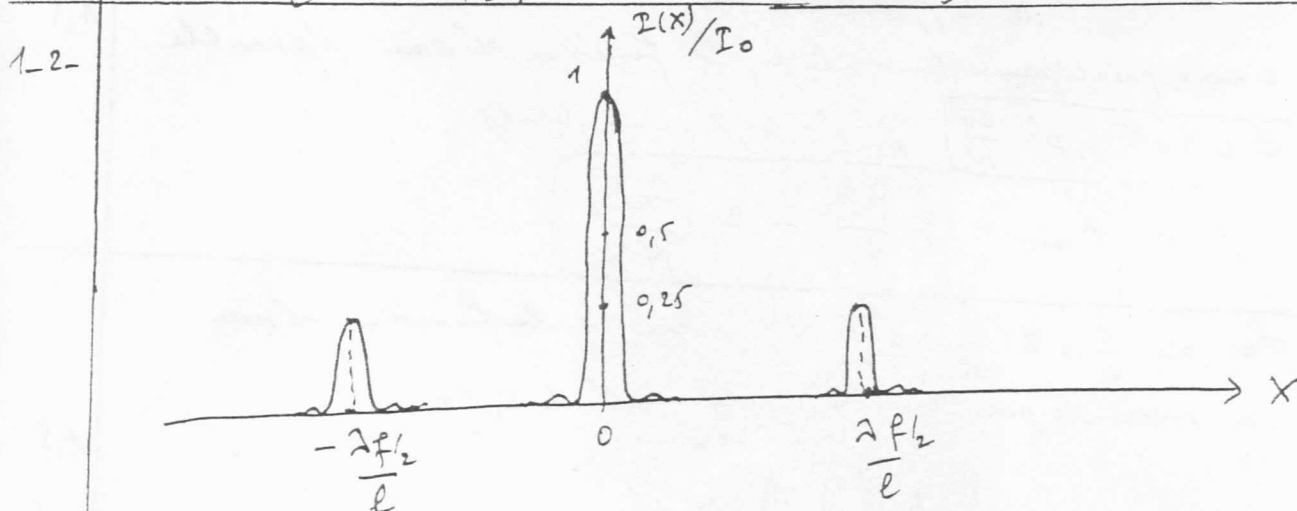
- (1) est centré sur $\theta = 0$, soit $x = 0$
- (2) " " " $\theta = -\frac{\lambda}{l}$ soit $x = -\frac{\lambda f'_2}{l}$
- (3) " " " $\theta = \frac{\lambda}{l}$ soit $x = \frac{\lambda f'_2}{l}$

$l \ll a \Rightarrow \frac{\lambda f'_2}{a} \ll \frac{\lambda f'_2}{l}$



Les trois termes sont situés à des positions suffisamment éloignées les unes des autres pour considérer qu'elles ne se recouvrent pas.

1-1-
$$I(x) = I_0 \left[\text{sinc}_c^2 \left(\frac{\pi a x}{\lambda f'_2} \right) + \frac{1}{4} \text{sinc}_c^2 \left[\pi \left(\frac{x}{\lambda f'_2} + \frac{1}{l} \right) a \right] + \frac{1}{4} \text{sinc}_c^2 \left[\pi \left(\frac{x}{\lambda f'_2} - \frac{1}{l} \right) a \right] \right]$$
 1



1,5

avec une telle transparence, on observe trois ordres. Il s'agit en fait de la diffraction par un réseau sinusoïdal.

2- On éclaire une plaque photographique à l'aide de deux ondes planes, monochromatique, cohérentes et de même amplitude. Les deux ondes interfèrent sur la plaque avec un éclairement sinus cardinal. 1

13- $\delta(\pi) = d \sin \theta \approx d \cdot \theta$, $\phi(\pi) \approx \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \approx \frac{2\pi d x}{\lambda f_2}$ 1

14-1- $A_F(\theta)$: amplitude diffractée dans la direction θ par la 1^{ère} fente se trouvant à l'extrémité du réseau :

$$A_R(\theta) = A_F(\theta) [1 + e^{i\phi} + \dots + e^{i(N-1)\phi}]$$

$$\Rightarrow A_R(\theta) = A_F(\theta) e^{i(N-1)\phi/2} \frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)}$$

$$I_R(\theta) = I_F(\theta) \cdot \frac{\sin^2(N\phi/2)}{\sin^2(\phi/2)} \Rightarrow I_R(\pi) = I_F(x) \cdot \frac{\sin^2(N\phi/2)}{\sin^2(\phi/2)}$$

14-2- $I_F(x)$: intensité diffractée en π par une fente seule. 0,5

15-1- $I_R(\pi)$ est caractérisée par $N^2 I_F(x)$ qui enveloppe la fonction

$$R(x) = \frac{\sin^2(N\phi/2)}{N^2 \sin^2(\phi/2)} = \frac{\sin^2(N\pi d x / \lambda f_2)}{N^2 \sin^2(\pi d x / \lambda f_2)}$$

La fonction réseau est paire et périodique.

max principaux : $\phi = 2p\pi \Rightarrow X_{\max} = p \cdot \frac{\lambda f_2}{d}$ $p \in \mathbb{Z}$.

15-2- $I_F(x)$ s'annule pour $x = k \frac{\lambda f_2}{a}$, $k \in \mathbb{Z}^*$

$\frac{1}{a} \gg \frac{1}{d}$ so les max principaux se trouvent dans la tache centrale de diffraction.

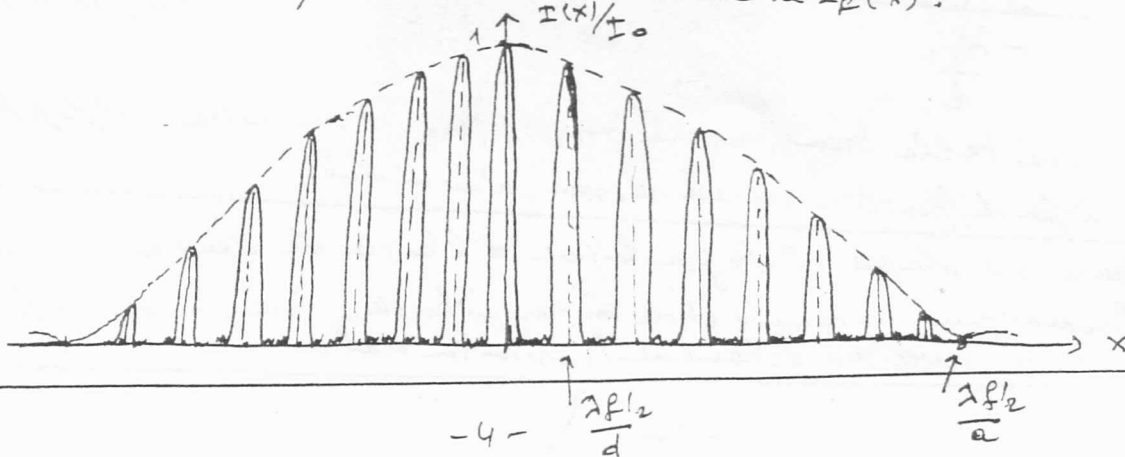
entre 2 max principaux consécutifs, la fonction réseau s'annule

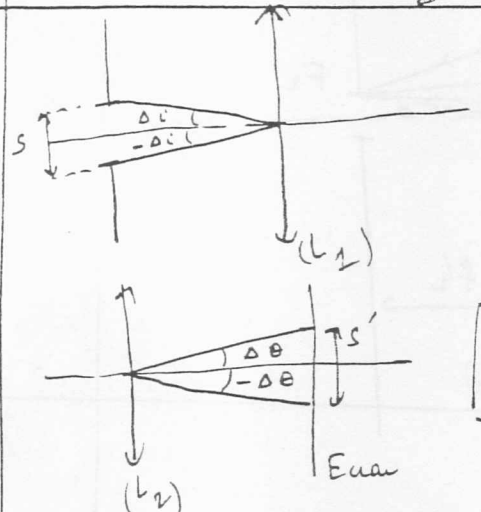
pour $\phi = 2p\pi + p' \cdot \frac{2\pi}{N}$; $p' = 1, 2, \dots, (N-1)$.

soit pour $X_{\min} = p \frac{\lambda f_2}{d} + p' \frac{\lambda f_2}{N \cdot d}$

16- $d = 8a \Rightarrow \frac{1}{a} = 8 \cdot \frac{1}{d} \Rightarrow$ le 8^{ème} ordre de la fonction réseau

coïncide avec le premier minimum nul de $I_F(x)$.



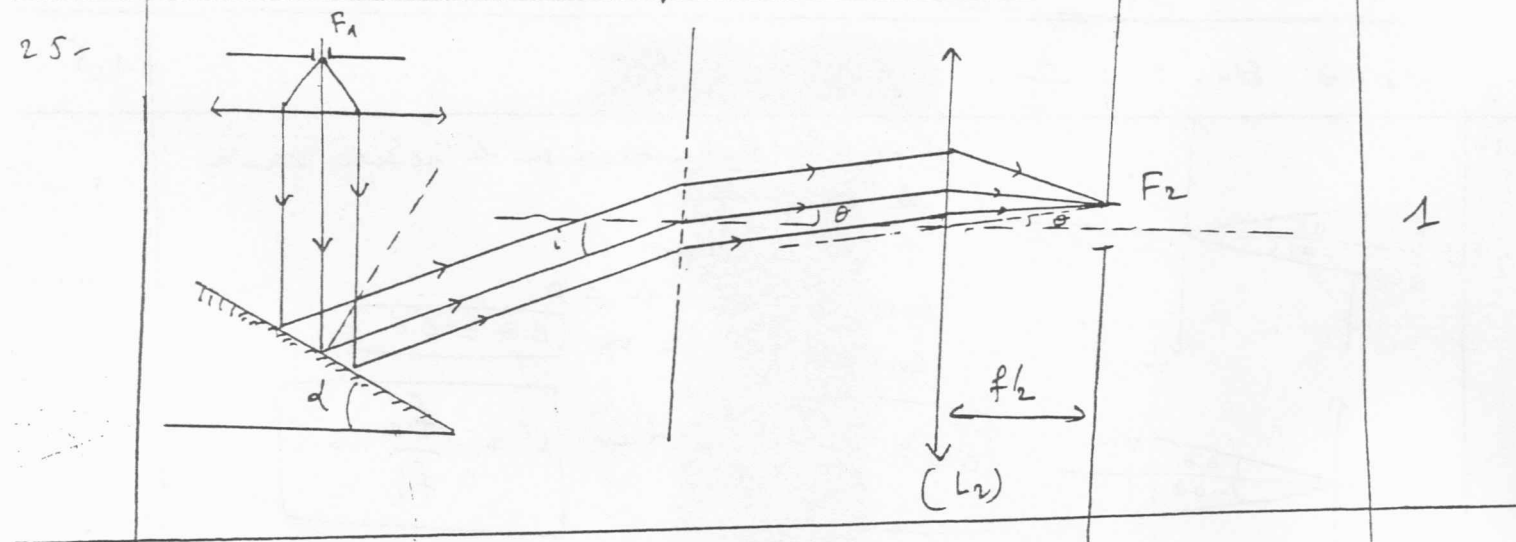
17-	$\Delta X_{mp} = \frac{\lambda f_2}{N \cdot d}$	1
18-	à l'ordre p: $\Delta X_1 = p \frac{f_2}{d} \cdot \Delta A$	1
19-1-	critère de Rayleigh: $\Delta X_1 \geq \Delta X_{mp} \Rightarrow \Delta A \geq \frac{\lambda}{N \cdot p} = (\Delta A)_r$	1,5
	$(\Delta A)_r = \frac{\lambda}{N \cdot p}$	
19-2-	$R = \frac{\lambda}{(\Delta A)_r} = N \cdot p$	1,5
20-1-	$\sin \theta - \sin \theta' = p \frac{\lambda}{d}$	1,5
20-2-	 <p>l'angle d'incidence sur le réseau varie de $\Delta i = \frac{s}{2f_1}$</p> <p>$\cos \theta \Delta \theta - \cos \theta' \Delta i = 0$ $\cos \theta \approx \cos \theta' \approx 1 \Rightarrow \Delta \theta = \Delta i$</p> <p>$\Delta \theta = \frac{s'}{2f_2}$ d'où $s' = \frac{f_2}{f_1} \cdot s$</p>	1,5
20-3-	$\Delta X_1 = p \cdot \frac{f_2}{d} \cdot \Delta A$	1
20-4-	séparation si $\Delta X_1 \geq s' \Rightarrow \Delta A \geq \frac{s \cdot d}{p f_1} = (\Delta A)_s$	1
20-5-	$R_s = p \cdot \frac{\lambda f_1}{s \cdot d}$	1
21-1-	<p>$d = 2 \mu\text{m}$; $N = 10.000 \Rightarrow R = 10.000$ $p = 1$ $R_s = 1472$</p> <p>$R_s \ll R \Rightarrow (\Delta A)_s \gg (\Delta A)_r$</p> <p>le pouvoir de résolution est imposé par la largeur de la fente F_1.</p>	1,5
21-2-	<p>$(\Delta A)_s = \frac{\lambda}{R_s}$ $\lambda \cdot N$ $(\Delta A)_s = 0,4 \text{ nm}$</p> <p>$\Delta \lambda_{\text{ma}} = 0,6 \text{ nm} > (\Delta A)_s \Rightarrow$ les deux radiations de ma sont séparées.</p>	1

22-	$\sin \theta = p \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \theta = \arcsin \left(p \frac{\lambda}{d} \right)$ <p> $p=1$ $\theta_1 = 11,53^\circ$ $\theta'_1 = 19,26^\circ$ (400nm) (660nm) </p>	1
-----	--	---

23-	$p=2$ $\theta_2 = 23,57^\circ$ $\theta'_2 = 41,29^\circ$ (400nm) (660nm)	1
-----	--	---

Il n'y a pas de recouvrement entre les spectres d'ordre 1 etc.

24-	$d = \frac{1}{m}$; A.N: $d = 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{m}$.	1
-----	---	---



26-1-	$\sin \theta - \sin i = p \frac{\lambda}{d}$ <p>au centre de F_2, $\theta = 0$ pour $i = i_0 > 0$ et $\lambda = \lambda_0 \Rightarrow p = -1$</p> $\Rightarrow \sin i_0 = \frac{\lambda_0}{d} \Rightarrow i_0 = \arcsin \left(\frac{\lambda_0}{d} \right)$ <p>A.N: $i_0 = 30^\circ$</p>	1,5
-------	--	-----

26-2-	$\alpha = \frac{1}{2} (\frac{\pi}{2} - i)$; $\alpha_0 = \frac{1}{2} (\frac{\pi}{2} - i_0)$ A.N: $\alpha_0 = 30^\circ$	1
-------	--	---

27-1-	$\theta = 0, p = -1$; $i = \arcsin \left(\frac{\lambda}{d} \right)$ <p> $\lambda_1 = 400 \text{nm} \rightsquigarrow i'_1 = 23,57^\circ \rightsquigarrow \alpha_1 = 33,2^\circ$ $\lambda_2 = 660 \text{nm} \rightsquigarrow i'_2 = 41,29^\circ \rightsquigarrow \alpha_2 = 24,35^\circ$ </p>	1
-------	--	---

27-2-	$\alpha_1 - \alpha_0 = 3,2^\circ$; $\alpha_2 - \alpha_0 = -5,65^\circ$	1
-------	---	---

28-	$\alpha = \alpha_0 = 30^\circ \Rightarrow$ au centre de F_2 : λ_0 .	1,5
-----	---	-----

pour $\lambda \neq \lambda_0$, le spectre d'ordre 1 se forme au pt M d'abscisse X.

29- $\sin \theta_0 = \frac{\lambda_0}{d}$
 $\sin \theta' = \sin \theta_0 - \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \sin \theta' = \frac{\lambda_0 - \lambda}{d} \approx \frac{x}{f_2}$
 $\Rightarrow \boxed{X = \frac{f_2}{d} (\lambda_0 - \lambda)}$

1,5

0-1- $\sin \theta'_{\max} \approx \frac{h}{2f_2}$ et $\lambda_0 - \lambda = \frac{\Delta \lambda_1}{2}$
 $\Rightarrow \frac{\Delta \lambda_1}{2d} = \frac{h}{2f_2} \Rightarrow \boxed{\Delta \lambda_1 = \frac{d \cdot h}{f_2}}$

1,5

A.N $\Delta \lambda_1 = 1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$.

0-2- $R = \frac{\lambda_0}{(\Delta \lambda)_r} = N.p \Rightarrow \boxed{(\Delta \lambda)_r = \frac{\lambda_0}{N.p}}$ A.N $(\Delta \lambda)_r = 0,025 \text{ nm}$

1

0-3- $(\Delta \lambda)_r < \Delta \lambda_1$
 Le pouvoir de résolution de l'appareil est imposé par la largeur de la fente de sortie F_2 .

1