Corrigé de l'épreuve de physique
Concours Physique et Chimie
Session Juin 2009

Problème I
MESURE DE DEBIT DANS UNE CANALISATION

1ère Partie : Débitmètre de Venturi (15/100)

Q	Réponse	Barème
1-a)	Appliquons l'équation de la statique des fluides dans le mercure entre les points A et B : $p_A + \rho_m g z_A = p_B + \rho_m g z_B$; on a $z_B - z_A = h$ $\Rightarrow p_A - p_B = \rho_m g h$.	1,5
1-b)	Appliquons l'équation de la statique des fluides dans le fluide entre : les points A et A' : $p_A + \rho_f g z_A = p_{A'} + \rho_f g z_{A'}$ avec $p_{A'} = p_1$ les points B et B' : $p_B + \rho_f g z_B = p_{B'} + \rho_f g z_{B'}$ avec $p_{B'} = p_2$ on a $z_{B'} - z_{A'} = \dfrac{D-d}{2}$ $\Rightarrow$ $p_A - p_B = p_1 - p_2 + \rho_f g\left[h - \left(\dfrac{D-d}{2}\right)\right]$.	1,5
1-c)	$p_1 - p_2 = g h(\rho_m - \rho_f) + \rho_f g\left(\dfrac{D-d}{2}\right)$.	1
2-	L'écoulement est incompressible donc on a conservation du débit volumique d'où : $v_1 \pi\left(\dfrac{D}{2}\right)^2 = v_2 \pi\left(\dfrac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow v_1 D^2 = v_2 d^2$.	2
3-a)	Equation d'Euler : $\rho\left[\dfrac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{v}\cdot\overrightarrow{grad}\right)\vec{v}\right] = -\overrightarrow{grad}(p + \rho g z)$. Le fluide est uniforme ; l'écoulement stationnaire $\dfrac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{0}$ et on a $\left(\vec{v}\cdot\overrightarrow{grad}\right)\vec{v} = \overrightarrow{grad}\left(\dfrac{v^2}{2}\right) + \overrightarrow{rot}\,\vec{v}\wedge\vec{v}$. L'équation d'Euler s'écrit : $\overrightarrow{grad}\left(\dfrac{v^2}{2} + \dfrac{p}{\rho} + g z\right) + \overrightarrow{rot}\,\vec{v}\wedge\vec{v} = \vec{0}$.	1
	Intégrons cette équation le long d'une ligne de courant : $\int \overrightarrow{grad}\left(\dfrac{v^2}{2} + \dfrac{p}{\rho} + g z\right)\cdot\overrightarrow{dl} + \int\left(\overrightarrow{rot}\,\vec{v}\wedge\vec{v}\right)\cdot\overrightarrow{dl} = 0 \Rightarrow \int d\left(\dfrac{v^2}{2} + \dfrac{p}{\rho} + g z\right) = 0$ $\Rightarrow \dfrac{v^2}{2} + \dfrac{p}{\rho} + g z = C^{te}$ le long d'une ligne de courant.	2
3-b)	Appliquons la relation de Bernoulli le long de la ligne centrale du tube de Venturi entre les points appartenant aux sections 1 et 2 : $\dfrac{v_1^2}{2} + \dfrac{p_1}{\rho_f} + g z_1 = \dfrac{v_2^2}{2} + \dfrac{p_2}{\rho_f} + g z_2$; on a $z_1 = z_2$ et $v_2 = v_1\left(\dfrac{D}{d}\right)^2$ $\Rightarrow$ $p_1 - p_2 = \dfrac{\rho_f}{2} v_1^2\left[\left(\dfrac{D}{d}\right)^4 - 1\right]$.	2

4-	$g h(\rho_m - \rho_f) + \rho_f g\left(\frac{D-d}{2}\right) = \frac{\rho_f}{2} v_1^2\left[\left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1\right] \quad \Rightarrow$ $v_1^2 = \frac{2 g h(\rho_m - \rho_f) + \rho_f g(D-d)}{\rho_f\left[\left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1\right]}$ Le débit volumique dans la canalisation est $Q_V = v_1 \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 \quad \Rightarrow$ $Q_V = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 \sqrt{\frac{2 g h(\rho_m - \rho_f) + \rho_f g(D-d)}{\rho_f\left[\left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1\right]}}$.	2
5-	$Q_V = 0{,}67 \text{ m}^3\,\text{s}^{-1}$.	1
6-	Le rétrécissement du tube de Venturi au niveau du col fait apparaître des frottements ce qui met en cause le modèle du fluide parfait et donc de l'application de la relation de Bernoulli.	1

2ème Partie : Débitmètre électromagnétique (25/100)

1-a)	Invariance de l'écoulement par rotation autour de l'axe (Oz) donc p et $\vec{v}$ sont indépendant de θ. L'écoulement est incompressible $\Rightarrow$ $div\,\vec{v} = 0$ avec $(\vec{v} = v\,r, z)\vec{u}_z$ d'où $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$ donc $\vec{v}$ ne dépend que de r.	1 1
1-b)	$\eta \Delta\vec{v}$: densité volumique des forces de viscosité. $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$: accélération locale. $(\vec{v}\cdot\overrightarrow{grad})\vec{v}$: accélération convective. Ecoulement stationnaire $\Rightarrow$ $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{0}$. $\vec{v} = v(r,z)\vec{u}_z \quad \Rightarrow \quad (\vec{v}\cdot\overrightarrow{grad})\vec{v} = \left(v(r)\frac{\partial}{\partial z}\right)(v(r)\vec{u}_z) = \vec{0}$.	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
1-c)	On a : $\overrightarrow{grad}\,p = \frac{\partial p}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{u}_z$ et $\Delta\vec{v} = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right)\vec{u}_z$. Projection de l'équation de Navier Stockes sur $\vec{u}_r$: $\frac{\partial p}{\partial r} = 0$ donc p ne dépend que de z. Projection de l'équation de Navier Stockes sur $\vec{u}_z$: $\frac{dp}{dz} = \eta\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right)$, cette équation n'existe que si $\frac{dp}{dz} = \eta\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right) = C^{te} = K \quad \Rightarrow$ $\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right) = \frac{K}{\eta}$.	1 2

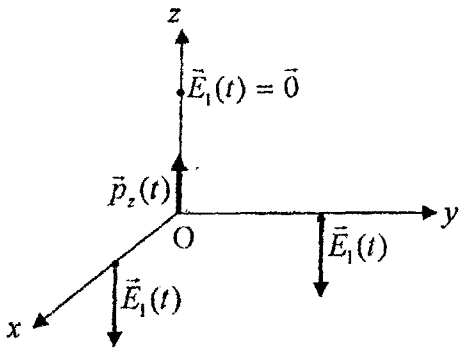
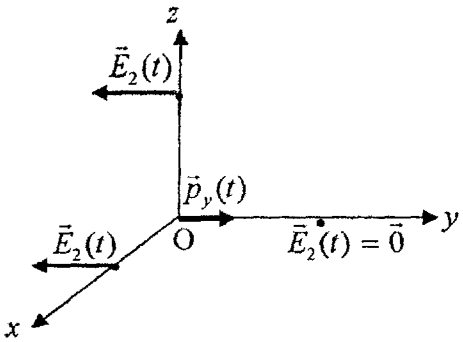
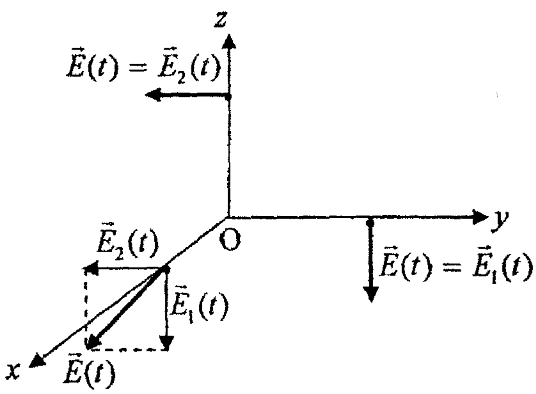
1-d)	$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right)=\frac{K}{\eta}r \Rightarrow \frac{dv}{dr}=\frac{K}{2\eta}r+\frac{C_1}{r} \Rightarrow v(r)=\frac{K}{4\eta}r^2+C_1 Ln r+C_2$. On prend $C_1=0$ pour que v ne diverge pas lorsque $r\to 0$. Le fluide étant visqueux il adhère à la paroi d'où $v(r=a)=0 \Rightarrow$ $C_2=-\frac{K}{4\eta}a^2$ d'où $v(r)=-\frac{K}{4\eta}(a^2-r^2) \Rightarrow v_0=-\frac{K}{4\eta}$.	**1** **0,5** **0,5** **1**
1-e)	$Q_V=\iint\vec{v}\cdot\overrightarrow{dS}=v_0\int_0^{2\pi}d\theta\left[a^2\int_0^a r\,dr-\int_0^a r^3\,dr\right] \Rightarrow Q_V=\frac{\pi}{2}v_0 a^4$.	**2**
2-a)	Le terme $\vec{v}\wedge\vec{B}_0$ représente l'effet Hall.	**1**
2-b)	En régime stationnaire l'équation de conservation de la charge s'écrit : $\left.\begin{array}{l} div\,\vec{j}=0 \\ \vec{j}=\gamma(-\overrightarrow{grad}\,V+\vec{v}\wedge\vec{B}_0) \\ \Delta V=div\,\overrightarrow{grad}\,V \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta V=div(\vec{v}\wedge\vec{B}_0)$ $\vec{v}\wedge\vec{B}_0=v_0 B_0(a^2-r^2)\vec{u}_y$ avec $\vec{u}_y=\sin\theta\,\vec{u}_r+\cos\theta\,\vec{u}_\theta \Rightarrow$ $\Delta V=-2v_0 B_0 r\sin\theta$.	**0,5** **0,5** **0,5** **1**
2-c)	$\frac{\sin\theta}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{df}{dr}\right)+\frac{1}{r^2}f(r)(-\sin\theta)=-2v_0 B_0 r\sin\theta \Rightarrow$ $\frac{1}{r}\frac{df}{dr}+\frac{d}{dr}\left(\frac{df}{dr}\right)+d\left(\frac{1}{r}\right)f(r)=-2v_0 B_0 r \Rightarrow \frac{d}{dr}\left(\frac{f(r)}{r}+\frac{df}{dr}\right)=-2v_0 B_0 r$.	**1,5**
2-d)	$\left(\frac{f(r)}{r}+\frac{df}{dr}=-v_0 B_0 r^2+C\right)\times r \Rightarrow \frac{d}{dr}(r\,f(r))=-v_0 B_0 r^3+Cr \Rightarrow$ $f(r)=-\frac{v_0 B_0}{4}r^3+\frac{C}{2}r+\frac{C'}{r} \Rightarrow V(r,\theta)=(-\frac{v_0 B_0}{4}r^3+\frac{C}{2}r+\frac{C'}{r})\sin\theta$ On prend $C'=0$ pour que V ne diverge pas lorsque $r\to 0 \Rightarrow$ $V(r,\theta)=(-\frac{v_0 B_0}{4}r^3+\frac{C}{2}r)\sin\theta$.	**1** **1** **1**
2-e)	Le tube est isolant donc le courant ne traverse pas le tube $\Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l} j_r(r=a)=\vec{j}(r=a)\cdot\vec{u}_r=0 \\ \vec{j}\cdot\vec{u}_r=\gamma\left[-\frac{\partial V}{\partial r}+v_0 B_0(a^2-r^2)\sin\theta\right] \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\frac{\partial V}{\partial r}\right\|_{r=a}=0 \Rightarrow C=\frac{3}{2}v_0 B_0 a^2$	**1** **1**
2-f)	$V(r,\theta)=\frac{v_0 B_0}{4}(-r^3+3a^2 r)\sin\theta$ $\left.\begin{array}{l} V_A-V_B=V(r=a,\theta=\frac{\pi}{2})-V(r=a,\theta=-\frac{\pi}{2})=v_0 B_0 a^3 \\ Q_V=\frac{\pi}{2}v_0 a^4 \end{array}\right\} \Rightarrow V_A-V_B=\frac{2B_0}{\pi a}Q_V$	**0,5** **1**
2-g)	$Q_V=\frac{\pi a}{2B_0}(V_A-V_B)=0{,}785\ \mathrm{m^3\,s^{-1}}$.	**1**

Problème II
DIFFUSION RAYLEIGH ATMOSPHERIQUE

1ère Partie : Rayonnement émis par un dipôle (19,5/100)

1-a)	$a<<\lambda \;\Rightarrow\; \dfrac{a}{T}<<\dfrac{\lambda}{T} \;\Rightarrow\; v<<c$.	1
1-b)	$a<<\lambda$: Approximation dipolaire : le calcul du champ électromagnétique se fait en un point M éloigné du dipôle. $\lambda<<r$: zone de rayonnement : le champ électromagnétique est reçu au point M après un retard dû à la propagation.	1 1
1-c)	$\vec{p}(t)=q\,z(t)\vec{u}_z \;\Rightarrow\; \vec{p}(t)=p_0\cos(\omega t)\vec{u}_z$ avec $p_0=q\,a$	2
2-a)	Le plan $\Pi(M,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta)$ est un plan de symétrie pour la distribution $\Rightarrow$ $\vec{E}\in\Pi \;\Rightarrow\; \vec{E}(M,t)=E_r\vec{u}_r+E_\theta\vec{u}_\theta$ avec $E_r<<E_\theta$; $\vec{B}\perp\Pi \;\Rightarrow\; \vec{B}(M,t)=B_\varphi\vec{u}_\varphi$.	1 1
2-b)	$t-\dfrac{r}{c}$: terme de propagation donc $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont des ondes progressives qui se propage selon $+\vec{u}_r$ avec la vitesse c.	1
2-c)	Globalement cette onde n'est ni plane ni sphérique mais localement, c.à.d. au voisinage de M, elle a la structure d'une onde plane se propageant dans le vide, en effet : • La surface d'onde $r=C^{te}$ est assimilée a un plan a voisinage de M • Au voisinage de M $r=C^{te}$ et $\theta=C^{te}$ donc l'amplitude est uniforme • la relation de structure $\vec{B}=\dfrac{\vec{u}_r\wedge\vec{E}}{c}$ est vérifiée.	1 2
2-d)	$M\in(Oz)\Rightarrow\theta=0 \;\Rightarrow\; \vec{E}(M,t)=\vec{0}$. $M\in(xOy)\Rightarrow\theta=\dfrac{\pi}{2}$ et $\vec{u}_\theta=-\vec{u}_z \Rightarrow \vec{E}(M,t)=-\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0c^2}\dfrac{d^2p(t-\frac{r}{c})}{dt^2}\dfrac{1}{r}\vec{u}_z$. Le rayonnement dipolaire est anisotrope.	1 1,5 1
3-a)	$\vec{\Pi}=\dfrac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}=\dfrac{E_\theta^2}{\mu_0c}\vec{u}_r=\dfrac{p_0^2\omega^4}{16\pi^2\varepsilon_0c^3}\dfrac{\sin^2\theta}{r^2}\cos^2(\omega(t-\frac{r}{c}))\vec{u}_r$. $\left\Vert\langle\vec{\Pi}(M,t)\rangle\right\Vert=\dfrac{p_0^2\omega^4}{32\pi^2\varepsilon_0c^3}\dfrac{\sin^2\theta}{r^2}$.	2 1
3-b)	$P_r=\iint\langle\vec{\Pi}\rangle\vec{dS}=\iint\left\Vert\langle\vec{\Pi}\rangle\right\Vert r^2\sin\theta\,d\theta\,d\varphi=\dfrac{p_0^2\omega^4}{12\pi\varepsilon_0c^3}$.	2

$2^{ème}$ Partie : Polarisation par diffusion de la lumière solaire (10,5/100)

1-		1,5
2-		1,5
3-a)	$\left\lvert\begin{array}{l}0\\E_{0y}\cos(\omega t-kx)\\E_{0z}\cos(\omega t-kx+\varphi(t))\end{array}\right. = \left\lvert\begin{array}{l}0\\E_{0y}\cos(\omega t-kx)\\0\end{array}\right. + \left\lvert\begin{array}{l}0\\0\\E_{0z}\cos(\omega t-kx+\varphi(t))\end{array}\right.$ OPPM non polarisée — OPPM polarisée rectilignement selon $\vec{u}_y$ — OPPM polarisée rectilignement selon $\vec{u}_z$	1,5
3-b)	L'OPPM non polarisée induit un dipôle oscillant $\vec{p}(t)=\vec{p}_y(t)+\vec{p}_z(t)$ d'où le champ rayonné par $\vec{p}(t)$ est $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$.	0,5
		1,5
	A partir de la lumière non polarisée du soleil on obtient une lumière diffusée polarisée rectilignement dans les directions orthogonales à celle du soleil.	1
3-c)	Lorsqu'on tourne l'axe du polariseur l'intensité transmise ne varie pas en effet dans cette direction la lumière diffusée est non polarisée.	1
3-d)	Lorsqu'on tourne l'axe du polariseur l'intensité transmise passe par un maximum et un minimum nul décalé de $\pi/2$ en effet dans cette direction la lumière diffusée est polarisée rectilignement.	2

3ème Partie : Diffusion de la lumière solaire par les molécules de l'atmosphère (30/100)

1-a)	$-m_e\,\omega_0^2\,\vec{r}_e$: force de rappel élastique qui modélise l'action exercée par les noyaux et les autres électrons de la molécule sur l'électron.	1,5
1-b)	$-\dfrac{m_e}{\tau}\dfrac{d\vec{r}_e}{dt}$: force de frottement visqueux qui modélise l'amortissement des oscillations de l'électron dû à l'énergie rayonnée par le dipôle oscillant induit par l'action du champ incident.	1,5
2-a)	$\left\Vert\vec{r}_e\right\Vert << \lambda \;\Rightarrow\; v_e << c \;\Rightarrow\; \dfrac{\left\Vert\vec{F}_m\right\Vert}{\left\Vert\vec{F}_e\right\Vert} \simeq \dfrac{v_e\left\Vert\vec{B}\right\Vert}{\left\Vert\vec{E}\right\Vert} = \dfrac{v_e}{c} << 1.$	1
2-b)	$\left\Vert\vec{r}_e\right\Vert << \lambda$: c'est l'approximation des régimes quasi-stationnaire c.à.d. on néglige le retard dû à la propagation d'ou $\vec{E}$ est uniforme à l'échelle du déplacement de l'électron.	1
3-a)	L'équation différentielle étant linéaire on peut remplacer les grandeurs réelles dans l'équation par leurs grandeurs complexes associées. $m_e\dfrac{d^2\underline{\vec{r}}_e}{dt^2} = -m_e\,\omega_0^2\,\underline{\vec{r}}_e - \dfrac{m_e}{\tau}\dfrac{d\underline{\vec{r}}_e}{dt} - e\,\underline{\vec{E}} \;\Rightarrow\; \underline{\vec{r}}_e = \dfrac{-e/m_e}{\omega_0^2-\omega^2+i\dfrac{\omega}{\tau}}\underline{\vec{E}}.$	1 2
3-b)	$\underline{\vec{p}}(t) = N\,e\,(-\underline{\vec{r}}_e) \quad\Rightarrow\quad \underline{\vec{p}}(t) = \dfrac{N\,e^2/m_e}{\omega_0^2-\omega^2+i\dfrac{\omega}{\tau}}\vec{E}_0\,e^{i\omega t}$ d'où l'amplitude complexe est : $\underline{p}_0 = \dfrac{N\,e^2/m_e}{\omega_0^2-\omega^2+i\dfrac{\omega}{\tau}}E_0.$	2 1
4-a)	$P_d = \dfrac{\left\lvert\underline{p}_0\right\rvert^2\omega^4}{12\pi\,\varepsilon_0\,c^3} \;\Rightarrow\; P_d = \dfrac{N^2\,e^4\,E_0^2}{12\pi\,\varepsilon_0\,c^3\,m_e^2}\,\dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\dfrac{\omega^2}{\tau^2}}.$	2
4-b)	$\left\Vert\langle\vec{\Pi}_i\rangle\right\Vert = \left\Vert\left\langle\dfrac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}\right\rangle\right\Vert = \dfrac{\varepsilon_0\,E_0^2\,c}{2} \;\Rightarrow$ $P_d = \dfrac{N^2\,e^4}{6\pi\,\varepsilon_0^2\,c^4\,m_e^2}\,\dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\dfrac{\omega^2}{\tau^2}}\left\Vert\langle\vec{\Pi}_i\rangle\right\Vert.$	1 2
5-a)	$\omega \simeq 3\,10^{15}\,rad\,s^{-1} \;\Rightarrow\; \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} \simeq 5{,}7\,10^{-2} << 1$ et $\dfrac{\omega^2}{\tau^2} \simeq 9\,10^{48} << \omega_0^4 \simeq 10^{64}.$	1 1
5-b)	$\dfrac{P_{d_B}}{P_{d_R}} = \left(\dfrac{\omega_B}{\omega_R}\right)^4 = 16$: La puissance diffusée est 16 fois plus intense dans le bleu que dans le rouge ce qui explique la couleur bleu du ciel.	1 1
6-a)	$dP_d = n\,S\,dx\,P_d \;\Rightarrow\; dP_d = \dfrac{n\,N^2\,e^4}{6\pi\,\varepsilon_0^2\,c^4\,m_e^2}\,\dfrac{\omega^4}{\omega_0^4}\,\Pi(x)\,S\,dx.$	2

6-b)	$P_i(x) = dP_d + P_i(x+dx)$ avec $P_i(x) = \Pi(x) S \Rightarrow \dfrac{d\Pi(x)}{dx} + \dfrac{\Pi(x)}{L} = 0$ avec $L = \dfrac{6\pi \varepsilon_0^2 c^4 m_e^2 \omega_0^4}{n N^2 e^4 \omega^4}$ et $\Pi(x) = \Pi(0)\, e^{-x/L}$.	**1** **2**
6-c)	$L_R = 1196$ km ; $L_B = 74$ km. $L_R >> L_B$: Plus la lumière avance dans l'atmosphère plus elle s'appauvrit en bleu.	**1** **1** **1**
6-d)	Au coucher le soleil apparait rouge en effet un rayon direct émis du soleil traverse une grande épaisseur d'atmosphère donc il s'appauvrit en bleu et le rayon reçu par l'observateur est rouge. En plein jour le soleil apparait jaune orange en effet un rayon directe émis du soleil traverse une épaisseur d'atmosphère moins importante qu'au coucher d'où la couleur du soleil.	**1** **1**